

FILIFE GABRIEL SOARES PEREIRA RODRIGUES

Capacidade e Limite de Tráfego em Redes ópticas e sem fio

Trabalho de Conclusão de
Curso apresentado à Escola
de Engenharia de São
Carlos, da Universidade de
São Paulo

Curso de Engenharia de
Computação

ORIENTADORA: Mônica de
Lacerda Rocha

São Carlos
2015

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

R696c Rodrigues, Filipe Gabriel Soares Pereira
Capacidade e Limite de tráfego em redes ópticas e
sem fio / Filipe Gabriel Soares Pereira Rodrigues;
orientadora Monica de Lacerda Rocha. São Carlos, 2015.

Monografia (Graduação em Engenharia de Computação)
-- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade
de São Paulo, 2015.

1. Shannon. 2. Fibras ópticas. 3. Capacidade do
canal. 4. MIMO. I. Título.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Nome: Filipe Gabriel Soares Pereira Rodrigues

Título: “Capacidade e limite de tráfego em redes ópticas e sem fio”

Trabalho de Conclusão de Curso defendido em 25 / 11 / 2015.

Comissão Julgadora:

Resultado:

Profa. Dra. Mônica de Lacerda Rocha
(Orientadora) - SEL/EESC/USP

APROVADO

Prof. Associado Carlos Dias Maciel
SEL/EESC/USP

APROVADO

Prof. Dr. Leonardo André Ambrosio
SEL/EESC/USP

Aprovado

**Coordenador do Curso Interunidades Engenharia de Computação pela
EESC:**

Prof. Dr. Maximilian Luppe

AGRADECIMENTOS:

À minha mãe, Maria do Rosário Soares Pereira, que me ensinou a nunca desistir e sempre se levantar após tropeçar.

À minha orientadora e professora Monica de Lacerda Rocha, que me ajudou a desenvolver e corrigir este trabalho, com paciência e dedicação.

Aos colegas e amigos da universidade que estiveram do meu lado durante os anos de graduação.

RESUMO

Os estudos na área de comunicação se intensificaram no último século devido aos avanços da tecnologia e a necessidade do uso de transmissão de dados durante a Segunda Guerra Mundial. Dentre os mais importantes estudos, destaca-se a Teoria da Informação de Shannon que se propõe a estudar os conceitos de comunicação e apresentar a ideia de entropia da informação e o cálculo da capacidade do canal. Com o avanço da tecnologia, o cálculo da capacidade do canal foi se adequando a novos meios como as redes sem fio e as redes ópticas e conseqüentemente às novas fontes de ruído presentes neste meio, como, na fibra óptica, os ruídos causados pelos amplificadores ópticos e, nas redes sem fios, ruídos provocados por fenômenos físicos. A capacidade do canal vem crescendo à medida que se melhora a Relação Sinal-Ruído dentro do meio de transmissão, porém, continua a ser limitada pela taxa de processamento devido à Lei de Moore e dos números de transistores dentro das antenas do transmissor e do receptor.

Palavras chaves: Teoria Matemática da Comunicação, fibras ópticas, MIMO, Lei de Moore

Abstract

Studies in the communications field have intensified in the last century due to advances in technology and the need for data transmission use during World War II. Among the most important studies, there is the theory of Shannon information that aims to examine the concepts of communication and present the information entropy idea and calculating the channel capacity. With the advancement of technology, the calculation of channel capacity has been adapting to new media such as wireless networks and optical networks and consequently to new sources of noise present in this medium, as in the optical fiber, the noise caused by optical amplifiers and, on wireless networks, noise caused by physical phenomena. The channel capacity is growing as it improves Signal to Noise Ratio within the means of transmission, however, remains limited by the processing fee due to Moore's Law and the transistors numbers within the transmitter antennas and receiver.

Keywords : Mathematical Theory of Communication , fiber optics, MIMO , Moore's Law.

Sumário

1. Introdução.....	8
1.1. Objetivo.....	8
1.2. Metodologia.....	8
1.3. Introdução Histórica.....	8
2. Teoria da Informação [2].....	11
2.1. Fonte discreta da informação em canal sem ruído.....	11
2.2. Canal discreto com ruído.....	14
2.3. Entropia no canal contínuo.....	16
3. Capacidade do Canal nas Fibras Ópticas.....	20
3.1. Fibras ópticas.....	20
3.2. Limites da Capacidade em uma fibra óptica [4].....	22
3.3. Relação Sinal – Ruído Óptico [4].....	24
3.4. Capacidade para Canais independentes [4].....	26
4. Capacidade do canal em transmissões sem fio [10] [11].....	29
4.1. A tecnologia MIMO [10].....	29
4.2. Tipos e Variações de MIMO.....	31
4.3. Transmissão em tecnologias MIMO [10].....	32
4.4. Capacidade do Canal CSIR [10].....	34
5. Capacidade de Canal e a Lei de Moore [3].....	38
6. Representações gráfica e Observações.....	41
6.1. Introdução com Matlab.....	41
6.2. Gráficos da Probabilidade e Entropia de Shannon.....	41
6.3. Gráficos da Capacidade do Canal com AGWN.....	42
6.4. Gráficos da Capacidade de Canais Independentes.....	44
6.5. Gráficos da Capacidade do Canal em rede sem fio.....	45
7. Conclusões.....	47
8. Referencias.....	48

Índice de Figuras:

<i>Figura 1: Esquemático do Diagrama Geral de um Sistema de Comunicação</i>	10
<i>Figura 2: Diagrama de estados para um sistema de telégrafo</i>	12
<i>Figura 3: Composição de uma Fibra Óptica</i>	20
<i>Figura 4: Funcionamento do WDM em uma fibra óptica.</i>	21
<i>Figura 5: Capacidade do Sistema nas últimas três décadas</i>	22
<i>Figura 6: Funcionamento do Sistema MIMO</i>	30
<i>Figura 7: Formação do Keyhole</i>	31
<i>Figura 8: Multiplexação Espacial</i>	32
<i>Figura 9: Transmissão do Sinal em tecnologia MIMO com AWGN</i>	33
<i>Figura 10: Evolução da quantidade de transistores por ano</i>	39
<i>Figura 11: Gráfico da entropia para 2 eventos.</i>	42
<i>Figura 12: Capacidade do Canal</i>	43
<i>Figura 13: Diferentes curvas para a Capacidade do Canal</i>	43
<i>Figura 14: Capacidade do Canal para até 64 canais independentes</i>	44
<i>Figura 15: Ganho da Capacidade em canais independentes</i>	45

Siglas:

EUA	Estados Unidos da América
$P_i(j)$	Probabilidade do símbolo i ser transmitido logo após o símbolo j
$P(i)$	Probabilidade do símbolo i ser transmitido
$P(i,j)$	Probabilidade do dígrafo ij ser transmitido
C	Capacidade do Canal
H	Entropia da Informação
P	Potência do Sinal
N	Potência do Ruído
W	Largura de Banda
SNR	Relação Sinal-Ruído
OSNR	Relação Sinal-Ruído Óptico
ASE	<i>Amplified Spontaneous Emission</i>
R	Taxa real de transporte de dados
Nm	Nanometro
TDM	<i>Time Divison Multiplex</i>
WDM	<i>Wavelength Divison Multiplex</i>
PDM	<i>Polarization Divison Multiplexing</i>
DRB	<i>Double Rayleigh Backscattering</i>
MIMO	<i>Multiplex Input Multiplex Output</i>
MISO	<i>Multiplex Input Single Output</i>
SIMO	<i>Single Input Multiplex Output</i>
STTD	Transmissão por diversidade de espaço tempo
SM	Multiplexação Espacial
SVD	<i>Singular Value Decomposition</i>
CDIT	<i>Channel Distribution Information Transmitter</i>
CSIT	<i>Channel State Information Transmitter</i>
CMOS	<i>Complementary Metal Óxido Semiconductor</i>
GHz	Giga Hertz

1. Introdução

1.1. *Objetivo*

O objetivo deste estudo é rever os fundamentos da Teoria da Informação de Shannon, com foco no cálculo da Capacidade do Canal, aplicá-la a sistemas a fibra óptica e redes sem fios, entende-la sua importância nos tempos atuais. A teoria será usada para a criação de gráficos e entender, visualmente, as equações estudadas no processo.

1.2. *Metodologia*

Inicialmente, será feito um levantamento histórico dos estudos que levaram ao desenvolvimento da teoria da Informação, que serviram à época da segunda guerra mundial, para desenvolvimento de técnicas de criptografia, codificação, decodificação e transmissão de dados [1].

Será apresentada a Teoria da Informação de Shannon, base para o cálculo da capacidade do canal. Serão apresentados aqui os fundamentos da probabilidade de transmissão de símbolos, da entropia, da capacidade em canais com ruído ou sem ruído e em fontes discretas ou contínuas [2].

A Teoria da Informação será aplicada a dois sistemas de comunicação: via fibra, óptica na presença de ruído interferente no canal, e os sistemas sem fio. Serão descritos os funcionamentos das tecnologias básicas destes sistemas e apresentado o cálculo da capacidade do canal.

Além disso, considerando que é necessário que tenhamos uma capacidade de processamento tão grande quanto a capacidade de canal, a influência da Lei de Moore [3] será também discutida.

Por fim, será feita uma análise dos gráficos das equações mais importantes considerando alguns exemplos de sistemas via fibra e sem fio.

1.3. *Introdução Histórica*

Vivemos em um mundo tecnológico onde a busca pela informação é uma necessidade social em nosso cotidiano. Há sempre busca por mais e mais informações, pelos diferentes meios de comunicação. O que tem possibilitado o contato com maior quantidade de informações é a velocidade de acesso ao conteúdo, que vem aumentando a cada ano. Mas somente a velocidade não é o suficiente. É preciso também compreender, processar e armazenar a informação com otimização de espaço (de memória).

Os primeiros estudos mais relevantes em teoria de comunicação aconteceram durante a Segunda Guerra Mundial. Era necessário, durante o conflito, trocas de mensagem entre países Aliados (EUA, Grã-Bretanha, França e posteriormente União Soviética) e as trocas de mensagem entre países do Eixo, para que os Aliados não

soubessem o que o Eixo transmitia de mensagem e vice-versa. Para isso, foram utilizadas as ideias de criptografia das mensagens [1].

Se uma mensagem era codificada e transmitida ao receptor, que a decodificava e dirigia ao destino necessário, por trás do conflito armado, iniciava-se um conflito científico, onde grandes cientistas (entre os mais conhecidos, Turing e Shannon pela Bell Labs) iniciaram estudos em criptografia para decodificar as mensagens dos países inimigos. O surgimento da máquina de Turing (Colossus) e os inícios de pesquisa de Shannon que resultaram na Teoria da Informação, em 1948. Tais estudos deram origem ao desenvolvimento dos atuais sistemas de comunicação digital e de tráfego de informação, com a capacidade de trafegar uma quantidade de informação, mensurada em bits.

Nas últimas três décadas, a capacidade de transporte de uma fibra óptica aumentou em 10 mil vezes. Porém na última década, houve um aumento de apenas 10 vezes [4]. Apesar deste decréscimo, o que se observa mais recentemente é o forte crescimento da demanda de tráfego, acentuado pela qualidade dos dados, por exemplo, vídeos em qualidade 4k, e pelo aumento da quantidade de vídeos de alta resolução em aplicativos como os das redes sociais.

Todas estas informações são necessárias a serem carregadas em tempo hábil, que não seja lento, pois é algo que o usuário não quer. Por se viver em tempos que as informações são consumidas de forma rápida, é preciso que o sistema dê resposta rápida nas atualizações constantes dessas informações. Para que o aumento do crescimento da capacidade de transporte não diminua e a demanda por banda continue a ser atendida, há estudos que relacionam a quantidade de informação com a relação sinal-ruído, o meio de transporte (e seus materiais) com a capacidade de tráfego.

Para entender melhor estes conceitos, iniciaremos com a base da teoria de Shannon, que nos introduzirá as relações da capacidade do canal com a quantidade de informação e entropia no meio para canais discretos e contínuos com ou sem ruído. Shannon se baseou no diagrama de comunicação para descrever o transporte de uma mensagem de um ponto a outro, como ilustrado na Figura 1 [2].

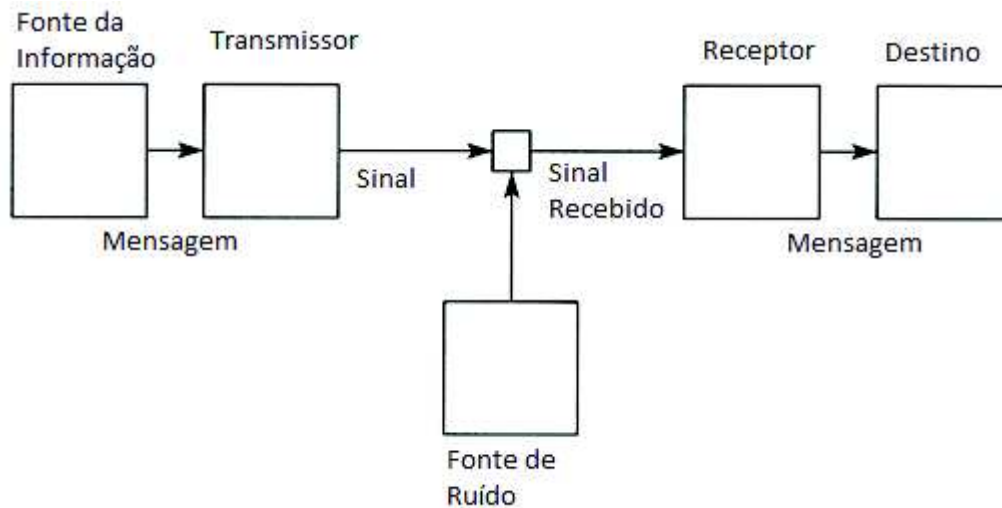


Figura 1: Esquemático do Diagrama Geral de um Sistema de Comunicação

Na figura 1, a fonte da informação é o local onde é gerada a mensagem ou uma sequência de mensagens, como por exemplo, uma sequência de letras. A mensagem chega ao transmissor que é o responsável por traduzi-la em um sinal possível de transmissão pelo canal (o meio de transmissão, como cabo coaxial ou fibra óptica). É no canal que ocorre a inserção do ruído (e seus diferentes tipos de ruído, como ruído branco). O ruído é algo indesejado, ou seja, queremos que a mensagem chegue no destinatário sem ou com o mínimo de ruído necessário para que esta possa ser entendida. O ruído é gerado na fonte de ruído, que não é algo definido, podendo ser qualquer coisa, externa ao meio, como também interna ao meio (por exemplo, os amplificadores ópticos que auxiliam no transporte do sinal, mas que também geram ruído). Após a saída do canal, o receptor é responsável por traduzir o sinal em uma mensagem entendível para o destinatário.

Na época da segunda guerra (e ainda hoje) o grande problema da comunicação era reproduzir uma mensagem de um ponto (fonte) a outro ponto (destinatário) de forma exata ou aproximada (sem ou pouco ruído).

Nos próximos capítulos, estes conceitos serão expandidos. A monografia está organizada da seguinte maneira:

- No próximo capítulo será apresentado os teoremas e as equações mais importantes da Teoria Matemática da Comunicação desenvolvida por C. E. Shannon;
- Após os levantamentos teóricos feitos por Shannon, será visto as aplicações a fibra óptica e suas particularidades no capítulo 3.
- No capítulo 4, serão aplicadas as teorias de Shannon às redes sem fios, particularmente à tecnologia MIMO.
- No Capítulo 5, será discutida a lei de Moore e como se relaciona com a capacidade do canal
- Por fim, no capítulo 6, será apresentado gráficos das equações mais importantes estudadas no trabalho.

Todas as referências estarão indicadas dentro de cada capítulo, no título do capítulo ou dentro do corpo

2. Teoria da Informação [2]

Este capítulo apresenta a teoria matemática desenvolvida por Shannon. Para descrever matematicamente as medidas de um sistema de comunicação (por exemplo, a capacidade do canal), Shannon utilizou a função logarítmica ($\log_2 X$), por ser mais usual dentro da engenharia e os parâmetros tendem a variar linearmente com a função e ser mais fácil de se usar matematicamente.

2.1. Fonte discreta da informação em canal sem ruído

Seja cada mensagem composta por símbolos, os quais são transmitidos um símbolo de cada vez. Por exemplo, seja a mensagem AABBBCCDD, onde A, B, C e D são os símbolos. Nesse caso, para transmiti-la, é enviado primeiro o A, depois outro A, depois B, depois outro B e assim adiante. Chamamos de transição a transmissão de um símbolo logo depois que outro símbolo foi transmitido.

Shannon destaca a probabilidade $P_i(j)$ como a probabilidade de transição de um símbolo i ser seguido pelo símbolo j . Ou seja, a informação está sendo transmitida pelo canal por meio de símbolos e agrupamentos de símbolos (letras e dígrafos, por exemplo).

Sendo $P(i)$ a probabilidade do símbolo i ser transmitido e $P(i,j)$ a probabilidade do dígrafo "ij". Podemos escrever as seguintes relações:

$$P(i) = \sum_j P(i,j) = \sum_j P(j,i) = \sum_j P(j) \cdot P_i(j) \quad 2.1$$

$$\sum_j P_i(j) = \sum_{i,j} P(j,i) = \sum_i P(i) = 1 \quad 2.2$$

Se considerarmos cada símbolo como um estado, a probabilidade $P(i)$ será a probabilidade (frequência do símbolo i) do estado i . Assim, $P_i(j)$ será a probabilidade do símbolo j ser transmitido depois do símbolo i , ou seja, a probabilidade de transição do estado i para o estado j . Para que o processo seja estacionário (ondas resultantes da superposição de duas ondas de mesma frequência, amplitude e comprimento de onda), $P(i)$ deve então satisfazer a seguinte equação:

$$P(j) = \sum_i P(i) \cdot P_i(j) \quad 2.3$$

Para entender a capacidade de um canal discreto, pensemos em dois estados (símbolos), i e j . Se o estado é i , uma transição levará a i ou a j . Se o estado é j , uma transição levará a i ou a j . Por exemplo, no telégrafo (Figura 2), se um ponto está sendo enviado, é possível que outro ponto ou um traço seja enviado em seguida. De forma análoga, o mesmo ocorre caso esteja sendo enviado um traço.

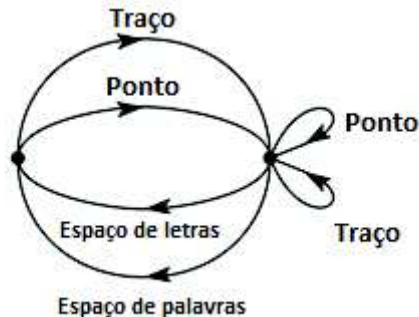


Figura 2: Diagrama de estados para um sistema de telégrafo

Temos assim, o primeiro teorema de Shannon:

“Seja $b_{ij}^{(s)}$ a duração do s -ésimo símbolo que é permitido no estado i e conduz para o estado j , então a capacidade C é igual a $\log(Z)$, onde Z é a maior raiz real da equação:

$$|\sum_s Z^{-b_{ij}^{(s)}} - \delta_{ij}| = 0$$

No caso, $\delta_{ij} = 1$, para $i = j$ e 0 , para $i \neq j$.

$$C = \log(Z) \quad 2.4$$

Porém, como é possível ter certeza que a transmissão da mensagem chegará ao seu destino como foi enviada pela fonte? Cada informação possui uma medida de incerteza, isso ocorre devido à probabilidade da codificação de cada símbolo no transmissor gerar incertezas quanto ao símbolo codificado. Por isso, definimos a entropia, $H(p_1, p_2, p_3 \dots p_n)$, como a medida para a escolha do símbolo ou incerteza, e que deve seguir as seguintes propriedades:

- H deve ser contínuo em p_i .
- Se todas as probabilidades forem iguais, ou seja, $p_i = \frac{1}{n}$, então H será uma função de n (onde n é o número de símbolos). Daqui, podemos deduzir que com a igualdade comum de eventos, tem-se mais escolhas e por isso mais incertezas para mais eventos.
- Se uma escolha se quebrar em duas outras escolhas sucessivas, o H original deve ser a soma dos pesos dos H 's da quebra.

Assim, Shannon define o seu segundo teorema e também o cálculo da entropia.

“Somente o H satisfaz essas 3 propriedades na forma:

$$H = - \sum_1^n p_i \log p_i \quad 2.5$$

Observa-se que a fórmula (2.5), pode-se deduzir algumas características importantes. A entropia é zero, quando temos $p_i = 0$ ou $\log(p_i) = 0$. Ou seja, quando a minha probabilidade e cada símbolo é igual a zero (por axioma) ou igual a um. Quer dizer, quando a probabilidade de um estado acontecer for zero ou for 1, nestes dois casos e apenas nestes dois casos, significa que tem-se certeza do estado e pode-se afirmar se ele ocorre ou não. Importante observar é que o valor da probabilidade varia sempre entre zero e 1. Assim, o valor de $\log(p_i)$ será sempre negativo. Isso resultará que o valor de H sempre será positivo, salvo os dois casos descritos anteriormente.

A segunda característica é que H é máximo em $\log(n)$. Ou seja, quando todas as probabilidades forem iguais, no caso, $\frac{1}{n}$, tem-se mais escolhas e por isso maior incerteza. Quanto maior incerteza, maior a entropia da informação.

Existem algumas aplicações dessa segunda característica em nosso cotidiano, por exemplo, é mais fácil encontrar uma pessoa em um lugar com poucas pessoas e, por isso, pouca informação, do que encontrar uma pessoa em uma multidão. Em um quarto bagunçado, há mais informações do que em um quarto organizado. Ou durante a brincadeira “telefone sem fio” de quando se brinca na infância, a dificuldade aumenta com o maior número de palavras transmitidas ouvido a ouvido, sendo perturbadas por ruídos e também pelo limite de capacidade do canal. Entre outros exemplos que não cabe aqui no momento.

Para dois eventos, x e y , com probabilidade $p(i,j)$ (ou seja, probabilidade de i ocorrer no primeiro evento e j no segundo evento), a entropia será:

$$H(x, y) = - \sum_{i,j} p(i, j) \log p(i, j) \tag{2.6}$$

Para uma fonte ergódica (invariante ao tempo com medida 0 ou 1), deve-se ter que a entropia respeita importante característica que é manter uma distribuição (função gaussiana).

Para os eventos separados, ou seja, um evento ocorrendo independente do outro evento ocorrer, no nosso caso, a transmissão de um símbolo ocorrer independente da transmissão de outro símbolo, temos :

$$H(x) = - \sum_{i,j} p(i, j) \log \sum_j p(i, j) \tag{2.7}$$

$$H(y) = - \sum_{i,j} p(i, j) \log \sum_i p(i, j) \tag{2.8}$$

$$H(x, y) = \leq H(x) + H(y) \tag{2.9}$$

Ou seja, de acordo com a inequação (2.9) a soma da entropia dos eventos separados é maior que a entropia dos eventos ocorrendo juntos.

Para um caso específico que ocorre no evento x , por exemplo, assumindo o valor i , pode-se calcular sua probabilidade da seguinte forma:

Temos que:

$$P(i,j) = p(i)p_i(j);$$

$$P(i) = \sum_j p(j, i);$$

O que leva a:

$$p_i(j) = \frac{p(i,j)}{\sum_j p(j, i)} \quad 2.10$$

Shannon define aqui a ideia de entropia condicional, $H_x(y)$, que é a média do valor da entropia do sinal y para cada valor de x , ponderado pela probabilidade. Isto mensura a incerteza de se ter y , quando se sabe que o símbolo é x . Analogamente, para $H_y(x)$:

$$H_x(y) = - \sum_{i,j} p(i,j) \log p_i(j) \quad 2.11$$

Fazendo-se a substituição de $p_i(j)$ em (2.10) na equação (2.11), obtém-se:

$$H_x(y) = - \sum_{i,j} p(i,j) \log \frac{p(i,j)}{\sum_j p(j, i)} \quad 2.12$$

$$H_x(y) = - \sum_{i,j} p(i,j) \log p(i,j) + \sum_{i,j} p(i,j) \log \sum_j p(j, i) \quad 2.13$$

$$H_x(y) = H(x,y) - H(x).$$

$$H(x,y) = H_x(y) + H(x) \quad 2.14$$

Ou seja, a entropia dos eventos conjuntos de x e y é a soma da entropia de x com a entropia de y quando x é conhecido. Lembrando que a soma das entropias dos eventos isolados, x e y , $H(x)$ e $H(y)$, é maior que a entropia dos eventos juntos, por sua vez, é maior que a soma da entropia de x com a entropia de y quando x é conhecido, tem-se que: $H(x) + H(y) \geq H(x,y) = H_x(y) + H(x)$, de onde se chega a:

$$H(y) \geq H_x(y) \quad 2.15$$

De forma análoga, obtém-se $H_y(x)$. Isso representa um resultado interessante, ou seja a incerteza nunca aumenta quando temos conhecimento, por exemplo, de x .

2.2. Canal discreto com ruído

Considere agora que o sinal, ao ser transmitido pelo canal, sofre interferência de ruído. Como dito antes, o ruído é algo indesejado, que pode alterar a mensagem. A fonte de ruído pode ser diversa, contida no próprio meio, ou externa a ele.

É assumido que o sinal de entrada, E, será uma função de relação entre o sinal S e o ruído N, ou seja $E = f(S, N)$.

A representação para um canal com ruído será a generalização dos estados finitos de uma canal sem ruído, ou seja, $P_{\alpha,i}(\beta, J)$. O canal está no estado α , onde o símbolo i é transmitido. O símbolo j será transmitido e o canal irá ao estado β .

$H(x)$ é considerado a entropia da fonte de entrada do canal. Já a entropia da saída do canal será $H(y)$. Como existe ruído, as entropias serão diferentes. A junção das entropias de entrada e saída será $H(x,y)$ e as duas entropias condicionais serão $H_x(y)$ e $H_y(x)$, quando o símbolo de entrada é diferente do símbolo de saída.

Assim, a entropia conjunta, $H(x,y)$, vai ser a soma da entropia da entrada da saída com a entropia condicional $H_x(y)$, onde o símbolo de entrada foi diferente do símbolo de saída,

$$H(x,y) = H(x) + H_x(y) = H(y) + H_y(x) \quad 2.16$$

Considerando que R seja a taxa de transmissão real (que teremos certeza sobre o símbolo de saída), $H(x)$ será a taxa de produção (por exemplo, 1000 bits/símbolo é a taxa de transmissão dentro do canal) e $H_x(y)$ será a taxa de erros provocados pelo ruído. O cálculo é o mesmo para a entropia condicional:

$$H_y(x) = - [p_1 \log p_1 + p_2 \log p_2] \quad 2.17$$

O valor de R será dado por:

$R = H(x) - H_y(x)$, ou seja, a taxa de transmissão real será a taxa de produção menos a taxa de erros, aqui chamada de equívoco. Caso um observador possa conhecer o que é enviado e o que é recebido (com os erros), pode ser notado que os erros nas mensagens são transmitidos através de um canal de correção para corrigir os erros no receptor.

Assim, o teorema 10 de Shannon, que nos diz que “se a correção de canal tem uma capacidade igual a $H_y(x)$ é possível decodificar os dados corrigidos e enviá-los através do canal. Caso $H_y(x)$ supere a capacidade de canal, não é possível corrigir os dados. Assim, a capacidade do canal C deverá ser a máxima taxa de transmissão real, ou seja, $\text{Max}(H(x) - H_y(x))$.”

Por causa do ruído no canal, nunca poderemos afirmar com certeza sobre a informação que recebemos. O que se pode fazer para mitigar isso e termos uma menor incerteza é torná-la redundante, por exemplo, repeti-la várias vezes. É possível enviar uma informação com menor frequência de erro ou equívoco desejada.

Assim, o teorema 11 estabelece que, “dado um canal discreto com uma capacidade C e uma entropia da fonte H, é possível codificar a saída da fonte com uma frequência pequena de erros para $H \leq C$. Caso o equívoco seja menor que $H - C + \alpha$ (onde α é um número bem pequeno), também é possível codificar, caso que não ocorre se o equívoco for estritamente menor que $H - C$.”

2.3. Entropia no canal contínuo

A entropia em um canal discreto é dada pelo somatório das probabilidades multiplicadas pelo logaritmo das probabilidades. Em um canal contínuo, os intervalos do somatório se tornam infinitesimais, o que acaba utilizando uma integral:

$$H = - \int_{-\infty}^{\infty} p(x) \log p(x) dx \quad 2.18$$

Para entropia conjunta, o resultado é similar:

$$H(x, y) = - \iint_{-\infty}^{\infty} p(x, y) \log p(x, y) dx dy \quad 2.19$$

E para os equívocos:

$$H_x(y) = - \iint_{-\infty}^{\infty} p(x, y) \log p(x, y) dx dy \quad 2.20$$

$$\iint_{-\infty}^{\infty} p(x, y) \log \frac{p(x, y)}{p(y)} dx dy \quad 2.21$$

Shannon vai definir a entropia dos conjuntos de grau de liberdade como H' , sendo o limite da entropia do conjunto de funções:

$$H' = - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int \dots \int p(x_1, x_2, \dots, x_n) \log p(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n \quad 2.22$$

Onde n é $2TW$, sendo T a duração do período e W a largura de banda. Seja uma largura de banda de W ciclos por segundo, isso quer dizer que se pode ter janelas de tempo de $\frac{1}{2W}$ segundos. Para toda a duração T , ter-se-á $\frac{1}{2W}$ n vezes, ou seja, $\frac{n}{2W}$, assim, $T = \frac{n}{2W}$ e por consequência, $n = 2TW$.

Com $n = 2TW$, H será $2WH'$. Assumindo o ruído gaussiano e sendo N a potência média do ruído, simplificamos:

$$H' = \log \sqrt{2\pi e N} \quad 2.23$$

$$H = W \log 2\pi e N \quad 2.24$$

Portanto, em um canal contínuo, a transmissão de sinais será uma função contínua e a recepção será uma perturbação dessa função.

Assim, $p(x_1, x_2, \dots, x_n) = P(x)$, onde x é combinação de x_1, x_2, \dots, x_n . Da mesma forma fazemos para o equívoco, $p_{x_1 x_2 \dots x_n}(y_1, y_2, \dots, y_n) = P_x(y)$. A taxa de transmissão em um canal contínuo é análoga à taxa de transmissão em um canal discreto, ou seja, a diferença entre a entropia de entrada e o equívoco, $R = H(x) - H_y(x)$. A capacidade do canal é definida, de acordo com o teorema 10, como o máximo de R . Assim, equacionando:

$$- \int P(x) \log P(x) dx + \iint P(x, y) \log \frac{P(x, y)}{P(x)P(y)} dx dy; \quad 2.25$$

Como $\iint P(x, y) \log P(x) dx dy = \int P(x) \log P(x) dx$, fatorando a expressão 2.25, conclui-se que:

$$R = \iint P(x, y) \log \frac{P(x, y)}{P(x)P(y)} dx dy \quad 2.26$$

Assim, C será o limite máximo da função para $T \rightarrow \infty$.

$$C = \lim_{T \rightarrow \infty} \text{Max}_{P(x)} \frac{1}{T} \iint P(x, y) \log \frac{P(x, y)}{P(x)P(y)} dx dy \quad 2.27$$

Se no logaritmo usado para o cálculo de $H(x)$ e $H_y(x)$, a base for 2, ou seja, se estamos em um sistema binário, C representará exatamente o número máximo de bits que podem ser enviados por segundo no canal, com pequeno equívoco arbitrário. Em outras palavras: se fracionarmos os espaços de sinais em pequenas células suficientes para que a probabilidade $P_x(y)$ (interferência do sinal x para o y) não se altere, criamos pequenas células de sinais que correspondem ao caso discreto (basta então, aplicarmos a teoria do caso discreto para tal). A capacidade do canal, então, será o limite de cada capacidade do canal dessas pequenas células, sendo assim, a definição de um canal contínuo.

Assim, se u é uma mensagem transmitida e x é o sinal transmitido, enquanto que v é uma mensagem traduzida e y o sinal recebido, não importando a codificação/decodificação feita para receber/transmitir os sinais ou as mensagens, a taxa em um canal discreto não excederá a capacidade do canal, por outro lado, é possível achar a codificação para uma taxa de capacidade do canal com pequena equívoco. A taxa de transmissão dos sinais será sempre maior ou igual à taxa de transmissão das mensagens, pois não se deve exceder a capacidade do canal, que é a máxima transmissão de taxa de sinais.

$$H(x) - H_y(x) \geq H(u) - H_v(u) \quad 2.28$$

E o que ocorre quando o ruído é adicionado ao sinal? Shannon define que a probabilidade de equívoco, $P_x(y)$ será uma função de n , onde n é a diferença entre os sinais y e x . Interessante notar que, já que temos o sinal transmitido x e o sinal recebido y , se o sinal recebido y estiver carregado de ruído, este ruído se torna justamente a diferença entre o sinal de saída e o sinal de entrada. A probabilidade de equívoco então será $P_x(y) = Q(y-x) = Q(n)$. O equívoco será então $H(y-x) = H(n)$.

O Teorema 16 refere-se justamente a este aspecto, se o sinal transmitido e o ruído são independentes e o sinal recebido é a soma entre os dois sinais, transmitido e o ruído, então a taxa de transmissão será:

$$R = H(y) - H(n); \quad 2.29$$

$$C = \text{Max}_{P(x)} (H(y) - H(n)); \quad 2.30$$

Se a função R (2.29) é maximizada, maximiza-se $H(y)$ (não é possível minimizar o ruído). Se a entropia do sinal recebido é maximizada, deve-se então maximizar a entropia do sinal transmitido.

$$R = H(x) - H_y(x) = H(y) - H_x(Y); \quad 2.31$$

onde, para $y = x+n$:

$H(x, y) = H(x, n)$, para $H(n)$ independente de $P(x)$, ou seja, o ruído é independente do sinal transmitido.

Por exemplo, para um ruído branco, e o sinal transmitido sendo limitado em potência, a potência do sinal recebido vai ser a soma da potência do sinal transmitido com a potência do ruído branco.

$$H(y) = W \log 2\pi e(P + N) \quad 2.32$$

$$H(n) = W \log 2\pi eN \quad 2.33$$

Assim, a capacidade do canal de banda W , perturbado por um ruído branco de potência N quando o sinal transmitido tem potência média limitada P é dado pela equação (2.34):

$$C = H(y) - H(n) = W \log \frac{P+N}{N} \quad 2.34$$

Como a capacidade do canal foi inicialmente definida como $\frac{\log N(T)}{T}$, para esse caso, $N(T)$ será $M(\alpha, T)$, sendo α o valor do erro e T a duração da amostra:

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\log M(\alpha, T)}{T} = W \log \frac{P + N}{N} \quad 2.35$$

A equação (2.35) nos diz que não importa o quão pequeno é o erro escolhido, se a duração T foi suficientemente grande, é possível transmitir $T W \log \frac{P+N}{N}$ bits em uma duração T .

A partir da equação (2.35), pode-se calcular a capacidade do canal em relação à relação sinal-ruído. Sabendo que $SNR = \frac{P}{N}$, deduz que:

$$C = W \log(1 + SNR). \quad 2.36$$

3. Capacidade do Canal nas Fibras Ópticas

Este capítulo introduz os conceitos de sistemas a fibra óptica e a capacidade desta como canal de comunicação. [4] [5]

3.1. Fibras ópticas

Ainda no século XIX, em 1870, um cientista britânico, John Tyndall, iniciou experimentos com a luz. Um desses experimentos foi deixar uma fonte de luz próxima a um recipiente furado. Um filete de água que passava pelo furo carregava consigo a luz.

No século XX, por volta de 1950, nos laboratórios Bell, foi utilizado pela primeira vez a fibra óptica. A fibra nada mais é que um filamento de material dielétrico, geralmente vidro (sílica) ou plástico, de forma cilíndrica, flexível (por questões de segurança) e transparente. A fibra é microscópica e tem dimensões de um fio de cabelo, possui um núcleo e uma casca (Figura 3), onde o índice de refração do núcleo é maior que o da casca. Essa composição facilita a passagem (guiamento) de luz por toda a fibra com baixas perdas de transmissão. [6]

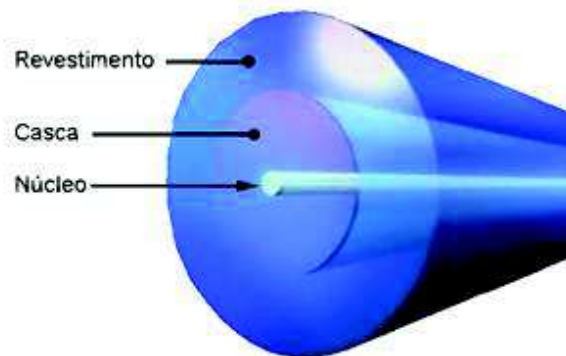


Figura 3: Composição de uma Fibra Óptica

Assim como qualquer sistema de comunicação, a comunicação óptica também respeita a existência de uma fonte de informação, um transmissor, um receptor e um destino. Ela, claro, é o canal de comunicação entre o transmissor e o receptor.

À medida que a luz se propaga dentro da fibra óptica, ela vai perdendo potência devida, principalmente, às imperfeições que existem no material da fibra durante fabricação ou à absorção da luz pelo material da fibra, que seria o espalhamento. É um dos principais fatores de limitação da capacidade do canal por ser uma fonte de ruído provocado pelo material da fibra.

Atualmente, são utilizados amplificadores ópticos que compensam tais perdas. Estes amplificadores, por sua vez, são fontes de ruídos dentro da fibra óptica, limitando a capacidade do canal. Portanto, podem ser considerados a segunda fonte de ruído dentro do canal de transmissão. [7]

Nas fibras ópticas monomodo devido à geometria cilíndrica da fibra, existem dois modos ortogonais de polarização da luz propagante. [8] [9]

Desde 1970, com o avanço da tecnologia, a transmissão óptica tem sido usada com crescente emprego ao longo das décadas. Nos primeiros anos, os sistemas de transmissão foram caracterizados por uma tecnologia estável, com taxa de bit moderada e único canal óptico suportado e as janelas de transmissão de frequências ópticas se concentravam entre 800 nm.

Por este período se utilizava como tecnologia a multiplexação por divisão de tempo (TDM – *time division multiplexing*) modulando uma única portadora óptica. Durante esta época (anos 80), o aumento das taxas se dava de forma estável, com intervalos bem nítidos entre os períodos. O TDM é a multiplexação no tempo de vários tributários formando um sinal. Na década de 80, a taxa de transmissão dos sistemas ópticos eram limitadas pela velocidade dos componentes. Era preciso que o processamento eletrônico evoluísse na mesma proporção da demanda por tráfego de dados.

A partir de 1990, observou-se um aumento mais significativo na capacidade de transmissão de dados, devido ao uso da técnica de multiplexação de comprimentos de onda, ou WDM (*wavelength division multiplexing*) (Figura 4), associada ao uso de amplificadores ópticos.

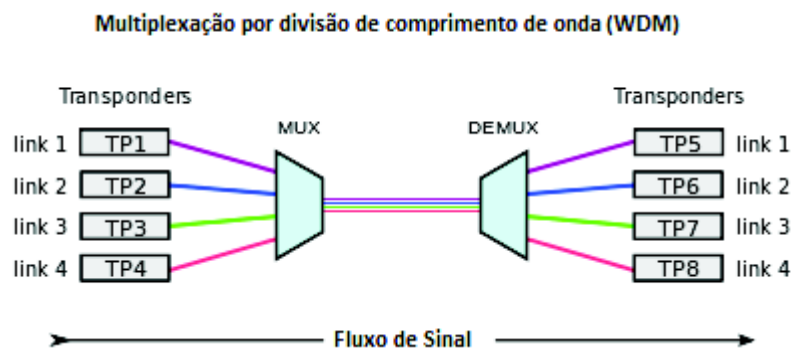


Figura 4: Funcionamento do WDM em uma fibra óptica.

A tecnologia WDM impulsionou os investimentos em sistemas ópticos, tanto para os tradicionais provedores de telecomunicação, quanto para os novos. Como consequência, observa-se o aumento massivo da velocidade de transmissão. Em 1970, transmitia-se dados por fibra óptica a 100 Mb/s. Nos anos 2000, já era possível transmitir dados a 1 Tb/s. É um aumento de 10 mil vezes em 30 anos. O mais notável é que, com a tecnologia de WDM, observamos um aumento de 1000 vezes em apenas 10 anos. [4]

Como visto na Figura 5, na última década, o processo sofreu uma queda pois a evolução tecnológica (pontos, no gráfico) não estava acompanhando o crescimento da projeção de demanda por banda (linha cheia), o que exigia que se desenvolvessem novas tecnologias de ruptura [4]

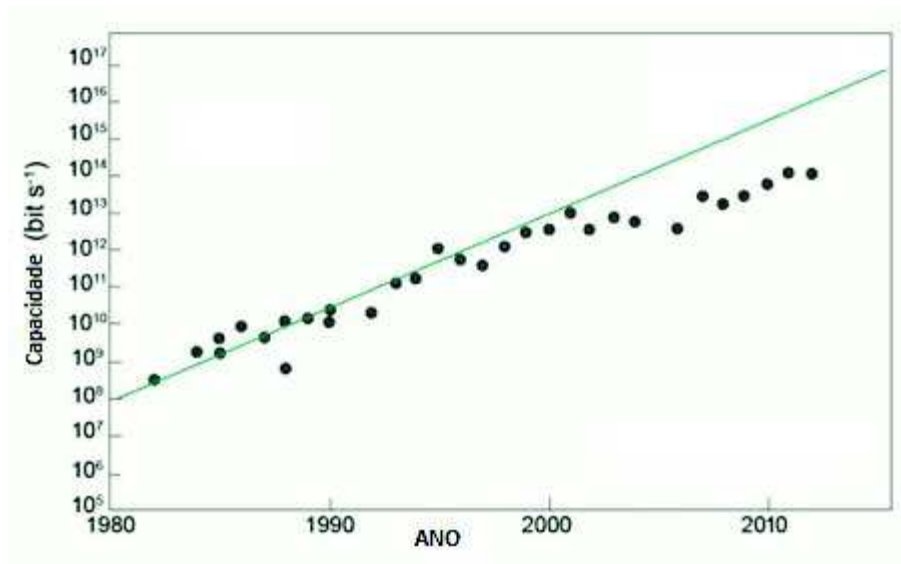


Figura 5: Capacidade do Sistema nas últimas três décadas [4]

Em 1996, tivemos a “lotação” dos canais WDM dentro da banda de amplificação dos amplificadores ópticos, quando obtivemos a velocidade de 1TB/s. A partir deste momento, a inclinação da curva de capacidade tende a diminuir e as pesquisas em geral tendem a focarem mais o aumento da eficiência espectral dentro da mesma banda utilizada. As melhorias na eficiência espectral têm causado aumento nas taxas de transmissão. [4]

Recentemente, para ampliar a capacidade de transmissão, utiliza-se a diversificação da polarização nas fibras, modulando sinais diferentes. Esta técnica chama-se *Polarization Division Multiplexing*, abreviada de PDM.

3.2. Limites da Capacidade em uma fibra óptica [4]

De acordo com Shannon, a capacidade do canal em um meio com adição de ruído em um sistema digital é dada por:

$$C = W \log \frac{P+N}{N} = W \log \left(1 + \frac{P}{N} \right).$$

Esta é a fórmula da capacidade do canal para um ruído gaussiano branco, de potência média N adicionado ao sinal transmitido de potência média P e largura de banda W . A eficiência espectral (SE) é a razão entre a capacidade de canal e a largura de banda. Quanto maior a capacidade do canal, maior é a eficiência espectral. Alguns autores consideram a eficiência espectral (como forma didática) como a capacidade do canal medida em bit/s/Hz. A razão $\frac{P}{N}$ também é chamada de relação sinal ruído (também conhecida como S/N, sendo S a potência média do sinal). Observem que quando maior a potência do ruído, menor é o valor da relação sinal ruído. Consideramos aqui um sinal construído de uma concatenação de símbolos transmitidos a uma taxa R . Os bits da informação podem ser codificados usando

amplitude e fase de cada símbolo. Pensemos agora que o sinal possui uma largura de banda mínima que é associada a cada símbolo. A potência do ruído para cada largura de banda mínima pode ser associada a $N = N_0R$, onde N_0 é a densidade espectral da potência de ruído [4].

Definimos aqui o valor da energia por símbolo, dado como a razão entre a potência do sinal transmitido e a taxa de transmissão. Podemos então concluir que a relação sinal ruído pode ser:

$$\mathbf{SNR = \frac{E}{R}} \quad \mathbf{3.1}$$

Onde o E é a energia por símbolo. Pensando no sistema em um canal discreto, ou seja, onde a base do logaritmo é 2 (e como Shannon havia dito, o canal contínuo pode ser visto como o somatório dos pequenos canais discretos), podemos simplificar a equação da eficiência espectral apenas entre a relação sinal ruído:

$$\begin{aligned} SE &= \frac{C}{W} = \log_2(1 + SNR); \\ 2^{SE} &= 1 + SNR; \\ \mathbf{\ln 2^{SE} = \ln(1 + SNR)} \end{aligned} \quad \mathbf{3.2}$$

A expressão (3.4) pode ser reescrita da seguinte forma: $SE \times \ln 2 = \ln(1 + SNR)$

$$\mathbf{SE \approx \frac{1}{\ln(2)} (SNR - \frac{SNR^2}{2})} \quad \mathbf{3.3}$$

Esses procedimentos, descritos por Essiambre [4], nos leva a uma observação interessante. Não se pode atingir uma alta eficiência espectral apenas com uma baixa relação sinal ruído. Sendo SNR_b a relação sinal ruído por bit, ou seja, $\frac{SNR}{SE}$, a partir da equação (3.3) encontramos que $SNR_b = \frac{SNR}{SE}$;

$$\mathbf{SNR_b = \frac{2^{SE} - 1}{SE}}. \quad \mathbf{3.4}$$

A partir da equação (3.4), para $2^{SE} \gg 1$, e reescrevendo a relação sinal ruído, para quando tivermos $SE = 0$, em uma expansão em série da forma:

$$\mathbf{SNR_b = \sum_{q=0}^Q \frac{(\ln 2)^{q+1} SE^q}{(q + 1)!}} \quad \mathbf{3.5}$$

Expandindo para a segunda ordem:

$$\mathbf{SNR_b = \ln 2 + \frac{(\ln 2)^2}{2} SE + \frac{(\ln 2)^3}{6} SE^2} \quad \mathbf{3.6}$$

Aqui, observa-se que diferente da relação SNR e SE, a relação SNR_b e SE não vão a zero simultaneamente, ao contrário, se SE for zero, a relação sinal ruído terá um valor mínimo, ou seja, sempre haverá uma relação sinal ruído mesmo que a eficiência espectral seja zero.

Observamos, da série expandida, que a SNR_b^{min} é $\ln(2)$, ou aproximadamente 1,6dB. Em termos práticos, isso simboliza a energia mínima para transmitir uma informação através de um canal perturbado por um ruído branco gaussiano.

Por fim, podemos expressar para uma primeira ordem: $SNR_b = \ln(2) + \frac{\ln(2)^2}{2} SE$;

$$SE \approx \frac{2}{\ln 2} (SNR_b - SNR_b^{min}) \quad \mathbf{3.7}$$

Como o SNR_b^{min} é constante, a eficiência espectral vai depender do aumento da relação sinal ruído, que diretamente está ligada à menor potência do ruído. Ou seja, a eficiência espectral, que é a razão entre a capacidade do canal e a largura de banda, depende apenas da relação sinal ruído por bit. Quanto maior a relação sinal ruído por bit, ou seja, quanto menor a potência do ruído por bit, maior a eficiência espectral e maior a capacidade do canal.

3.3. Relação Sinal – Ruído Óptico [4]

A relação sinal-ruído ótico (OSNR) é utilizada dentro das comunicações ópticas, devido ao ruído neste meio que não é um ruído branco gaussiano. Porém, é possível relacionar ambos, tanto o ruído branco gaussiano quanto o ruído nas comunicações ópticas, que podem ser devidos tanto ao espalhamento Rayleigh ,DRB (*Double Rayleigh Backscattering*), quanto ao ruído gerado nos amplificadores ópticos, ASE (*Amplified Spontaneous Emission*) [5].

O DRB, que é um efeito não-linear, ocorre em todas as fibras ópticas. Quando a luz entra dentro da fibra, parte dela é absorvida pelo material da fibra contido na casca. Outra parte volta para o núcleo da fibra. O ruído aqui não é muito preocupante, pois a perda de potência é muito baixa, torna-se uma complicação maior devido às amplificações e quando acoplado ao outro ruído, ASE.

A ASE é o ruído causado pelos amplificadores ópticos, usados para amplificar a potência do sinal quando estiver baixa. Como já dito anteriormente, eles representaram uma tecnologia de ruptura, na época em que foram introduzidos, fundamentais para o aumento da capacidade dos sistemas. O que acontece é que, toda vez que o sinal é amplificado, um ruído gerado no próprio amplificador é adicionado ao sinal, diminuindo assim, a relação sinal ruído acumulada e limitando mais ainda a capacidade. Uma forma de combater este ruído é aumentar a potência da fibra, mas para este caso, teremos o problema de ruídos como o DRB e da atenuação

da fibra óptica, além da ocorrência de efeitos degradantes devidos à propagação em regime não linear (em função das altas potências ópticas), que foge ao escopo deste trabalho.

A partir da adição de um ruído ASE (que possui mais impacto), define-se a relação sinal ruído óptica, OSNR, da seguinte forma:

$$OSNR = \frac{P}{2N_{ASE}B_{Ref}} \quad 3.8$$

onde, N_{ASE} é a densidade espectral do ruído ASE e B_{Ref} é a largura de banda de referência, geralmente fixada em 0,1 nm. A OSNR também considera ruído em ambos os estados de polarização independente se a multiplexação por polarização (PDM) é usada ou não no sinal. E P é a potência do sinal na fibra óptica.

É possível relacionar a OSNR com a SNR:

$$SNR = \frac{P}{N_0R}$$

onde, P é a potência do sinal e R é a potência do AGWN (ruído médio branco gaussiano).

$$OSNR = \frac{qR}{2B_{Ref}} SNR; \quad 3.9$$

onde q é uma constante que determina se o sinal é unicamente polarizado ou se é um sinal PDM. N_{ASE} e N_0 são cancelados durante o cálculo, por serem a mesma grandeza física. Podemos reescrever a equação da seguinte forma:

$$OSNR = \frac{R}{B_{Ref}} SNR_2 \quad 3.10$$

$$SNR_2 = \frac{P_x + P_y}{N_x + N_y} \quad 3.11$$

onde P e N são respectivamente as potências dos sinais transmitidos e do ruído. As indicações x e y referem-se às polarizações x e y respectivamente. Quando o sinal é unicamente polarizado, a potência do sinal origina de uma polarização, enquanto a potência do ruído original de outra polarização.

Vamos definir agora a taxa de transmissão de símbolo por bit, R_{pb} como a soma das taxas de informação dos dois estados de polarização.

$$R_{pb} = R_c \log_2(M^P)R \quad 3.12$$

Onde μ é o número de pontos por polarização, R_c é a taxa de decodificação do sinal, R é a mesma taxa de transmissão. O significado de $\log_2(M^P)$ é a quantidade de bits não

codificados em uma taxa de transmissão R . Podemos assim, reescrever OSNR em função de SNR_b :

$$OSNR = \frac{R_{pb}}{2B_{Ref}} SNR_b \quad 3.13$$

Observe que na relação entre OSNR e SNR_b é preciso apenas do conhecimento da taxa de símbolos por bits, porém, não é possível ter conhecimento se o sinal é unicamente polarizado, façamos então $SNR_{2b} = \frac{pSNR_b}{2}$:

$$OSNR = \frac{R_{pb}}{pB_{Ref}} SNR_{2b} \quad 3.14$$

Conseguimos então relacionar o sinal ruído óptico com o sinal ruído de um sistema digital perturbado por um ruído branco gaussiano, apenas conhecendo a polarização do sinal na fibra óptica e a taxa de símbolos por bits.

A capacidade do canal para uma fibra óptica é dada por $C = W \log \frac{P+N}{N} = W \log \left(1 + \frac{P}{N}\right)$ sendo, P e N as potências do sinal e do ruído, neste caso, ruído gaussiano. Na equação, a razão $\frac{P}{N}$ é a relação sinal ruído.

$$C = W \log \frac{P+N}{N} = W \log (1 + SNR);$$

$$SNR = \frac{2R_{pb}}{qr} SNR_{2b} \quad 3.15$$

$$C = W \log \frac{P+N}{N} = W \log \left(1 + \frac{2R_{pb}}{qr} SNR_{2b}\right)$$

$$SNR = \frac{2B_{ref}}{qR} OSNR$$

$$C = W \log \frac{P+N}{N} = W \log \left(1 + \frac{2B_{ref}}{qR} OSNR\right) \quad 3.16$$

Percebemos que a estrutura da capacidade do canal continua a mesma, o ruído neste caso (ou a razão das potências do sinal com a potência do ruído) será o ruído causado em uma fibra óptica.

3.4. Capacidade para Canais independentes [4]

Considerando agora que a transmissão se dá por meio de M canais independentes. Neste caso. É um início às transmissões por tecnologia MIMO (*multiple input multiple output*), onde é possível ter várias entradas e várias saídas.

Este procedimento é importante pois acaba aumentando a capacidade de tráfego dentro do sistema, ao invés de passar apenas por um único canal, utilizamos vários canais para o transporte. Nos canais independentes é possível calcular o sinal-ruído e por assim dizer, a capacidade do canal do sistema.

$$SNR^M \frac{\sum_{m=1}^M P_m}{\sum_{m=1}^M N_m} \quad 3.17$$

A taxa de transmissão por bits é dada pelo somatório de todos os modos, definida como:

$$R_b^{(M)} = MR_c \log_2(\rho) R_s. \quad 3.18$$

A capacidade do canal então pode ser descrita como $C = \log(1+SNR)$ bit/s/Hz, onde a capacidade do canal aqui é referente à eficiência espectral, em bit/s/Hz para 1 canal.

Para M canais, temos:

$$\sum_{m=1}^M C_m = \sum_{m=1}^M SE_m = \sum_{m=1}^M \log(1 + SNR_m); \quad 3.19$$

Para $SNR_m \ll 1$, podemos simplificar a equação da seguinte maneira:

$$C^{(M)} = \frac{1}{\ln 2} \sum_{m=1}^M SNR_m \quad 3.20$$

Onde, novamente, P_m é a potência do sinal e N_m é a potência do ruído. Para multiplexação espacial em fibras, podemos assumir que o ruído é o mesmo para todos os canais independentes, ou seja, $N_m = N$ para quaisquer valores de m.

$$C^{(M)} \frac{1}{\ln 2} \sum_{m=1}^M \frac{P_m}{N} = \frac{P^{(M)}}{N \ln 2} \quad 3.21$$

A equação em (3.21) serve para capacidade do canal para baixa relação sinal-ruído ($SNR \ll 1$). Para um SNR que não é necessariamente pequeno, apenas é preciso multiplicar a quantidade de canais pela equação da capacidade de cada canal. Claro que, para isso, devemos considerar que a potência do ruído é a mesma e que a potência do sinal é α (a taxa da potência em cada canal) vezes a potência do sinal de apenas um canal. Simplificando dessa forma, podemos chegar na seguinte equação:

$$C^{(M)} = M \log_2 \left(1 + \frac{\alpha P}{N} \right) \text{ bit/s/Hz} \quad 3.22$$

O ganho entre a capacidade do canal com um canal e a capacidade do canal com mais canais independentes é dado por:

$$G = \frac{M \log_2 (1 + \alpha SNR)}{\log_2 (1 + SNR)} \quad \mathbf{3.23}$$

Considerando o a relação sinal-ruído muito grande ($SNR \gg 1$), ou seja, para pouco ruído, teremos um ganho de:

$$G = \frac{M \log_2 (\alpha SNR)}{\log_2 (SNR)} \quad \mathbf{3.24}$$

4. Capacidade do canal em transmissões sem fio [10] [11]

4.1. A tecnologia MIMO [10]

As redes sem fio, a partir dos anos 2000, foram se tornando uma forma mais interessante para transmissão de dados devido à portabilidade que oferecem. Com a demanda sempre crescente por banda, nos últimos anos observou-se um congestionamento dos tráfego de dados por estas redes, ocasionando falhas e problemas que seriam solucionados com a ideia do MIMO.

Multiple Input Multiple Output (MIMO), como o próprio nome diz, é a tecnologia que possui m antenas nos transmissores e n antenas nos receptores, sendo portanto uma tecnologia de rede sem fio cujo objetivo é otimizar a quantidade de dados transmitidos simultaneamente. De fato, o MIMO surge como alternativa efetiva aos problemas das redes Wi-Fi, ampliando a capacidade do canal.

A ideia é que, com mais antenas na transmissão, é possível ampliar o sinal e captar mais dados. Na transmissão, o sinal é dividido em feixes de sinais, onde cada feixe é enviado para uma antena no transmissor e esse feixe é recebido no receptor e assim é feito a reconstrução do sinal. É possível também transmitir o sinal por inteiro por mais de uma antena para receptores diferentes (Figura 6).

As grandes eficiências espectrais SE_m (e por isso, maiores capacidades) baseiam-se na ideia de amplo espalhamento, além de difração, refração e reflexão, que fornece percursos de transmissão independentes a partir de cada antena do transmissor para cada antena do receptor, como uma série de ecos.

Esta estratégia de transmissão diminui as falhas causadas por um congestionamento e conseqüentemente fornece maiores eficiências espectrais e, por isso, maiores capacidades de canal. A capacidade de canal está diretamente ligada à relação da quantidade de antenas dos transmissores e receptores. No caso, a capacidade de canal vai se aproximar à quantidade mínima de antenas entre transmissores e receptores.

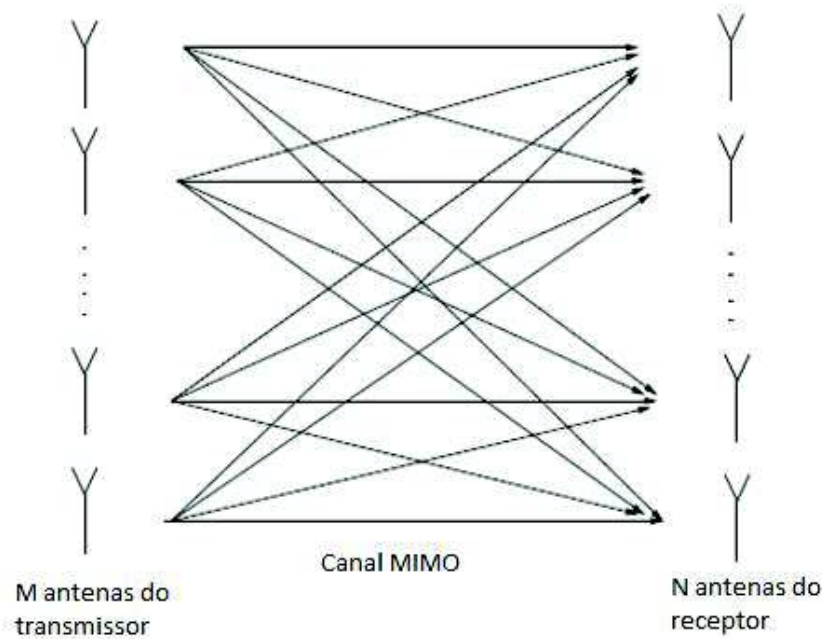


Figura 6: Funcionamento do Sistema MIMO

A Capacidade do Canal vai depender das propriedades estatísticas e correlações dos elementos das antenas do canal. As correlações das antenas do canal variam como função do meio de dispersão (por exemplo, ar), da distância entre transmissor e receptor (quanto maior a distância, mais fraco o sinal, menos dados a trafegar) e o efeito Doppler, fenômeno físico acerca das ondas emitidas ou recebidas por uma antena [11].

A correlação no canal vai depender do transmissor e do receptor. Se o canal tem baixa correlação entre as antenas, acontece um fenômeno chamado *keyhole*. Este fenômeno ocorre onde a classificação da matriz de ganho do canal é muito pequena, ocorrendo ganho de capacidade limitada. Nesse caso, temos um mal funcionamento do sistema MIMO, pois ocorrem atenuações devido à criação de mais percursos (Figura 7).

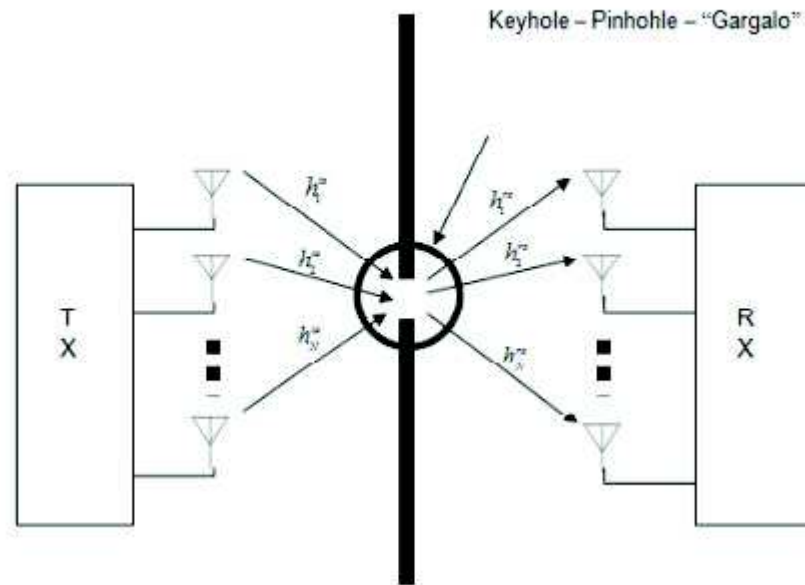


Figura 7: Formação do Keyhole

4.2. Tipos e Variações de MIMO

Existem dois tipos de tecnologia MIMO: Transmissão por diversidade de espaço tempo (STTD) e multiplexação espacial (SM):

- STTD: Codifica uma quantidade de dados, envia os dados codificados, em quantidades iguais, ao mesmo tempo para diferentes antenas. Isto pode acarretar um aumento do ruído no transmissor ou no receptor
- SM: Os sinais são transmitidos em feixes, os quais exploram o meio em que estão até chegar ao receptor. Isto facilita possíveis mudanças de caminho caso encontrem algum "obstáculo" e assim desviem evitando colisões e, portanto, congestionamento de tráfego e perda de dados.

O mais usado dentro das tecnologias MIMO é a multiplexação espacial, visto na figura 8.

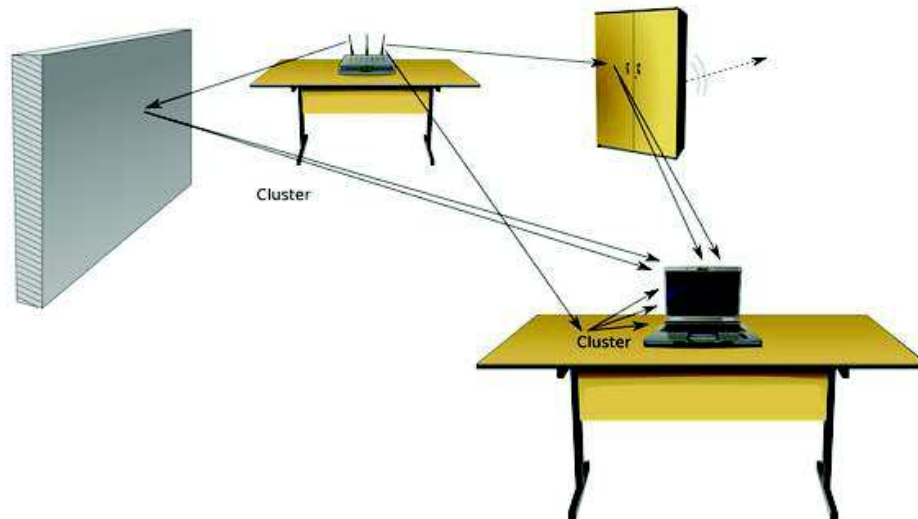


Figura 8: Multiplexação Espacial

4.3. Transmissão em tecnologias MIMO [10]

Um canal de rede sem fio de banda estreita invariante no tempo com n antenas no transmissor e m antenas no receptor é descrito como uma matriz determinística H de dimensões $n \times m$. O canal invariante no tempo é descrito como :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad 4.1$$

Na equação 4.1, \mathbf{y} é o vetor do sinal do recebido (a saída), \mathbf{x} é o vetor do sinal transmitido (entrada) e \mathbf{w} corresponde ao vetor do ruído, que neste caso, iremos descrever para um sistema de adição de ruído branco gaussiano, AWGN.

A matriz do canal $H_{n \times m}$ é constante para todo tempo, conhecidos o transmissor e receptor. A matriz é composta por h_{ij} , que significa o ganho da potência entre a antena do transmissor i e a antena do receptor j .

Para entender melhor, é necessário fazermos uma decomposição em valores singulares (SVD). Uma SVD significa fatorar a matriz H em uma função de 3 outras matrizes:

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^* \quad 4.2$$

Na equação 4.2, \mathbf{U} é a matriz do conjunto de antenas dos transmissores ($n \times n$), \mathbf{V} é a matriz do conjunto de antenas dos receptores ($m \times m$), ambas ortogonais e unitárias e $\mathbf{\Lambda}$ é uma matriz ($n \times m$), onde, para os elementos λ_{ij} , $i \neq j$, são todos zeros e em ordem decrescente e, quando $i=j$ (a diagonal da matriz), i terá o valor mínimo entre n e m . \mathbf{V}^* é um conjugado Hermitiano de \mathbf{V} e pode ser visto como um tipo de matriz adjunta.

Podemos reescrever a equação de \mathbf{y} como:

$$\mathbf{y} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^*\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad 4.3$$

$$\mathbf{y} = \sum_{i=1}^{\min(n,m)} \lambda_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^* x + \mathbf{n}$$

nas equações 4.3 e 4.4, \mathbf{u}_i e \mathbf{v}_i são as i -ésimas colunas das matrizes \mathbf{U} e \mathbf{V} .

O funcionamento dos sistemas MIMO (visto na figura 9) e, por sua vez, a capacidade de canal dependem da disposição dos autovalores da matriz \mathbf{W} , de acordo com as equações já vistas e utilizando de conceitos de Álgebra Linear, os valores ao quadrado dos elementos da matriz Λ , Λ^2 , serão autovalores da matriz $\mathbf{W} = \mathbf{H}^* \mathbf{H}$, para $\min(n,m) = m$ ou $\mathbf{W} = \mathbf{H} \mathbf{H}^*$ para $\min(n,m) = n$.

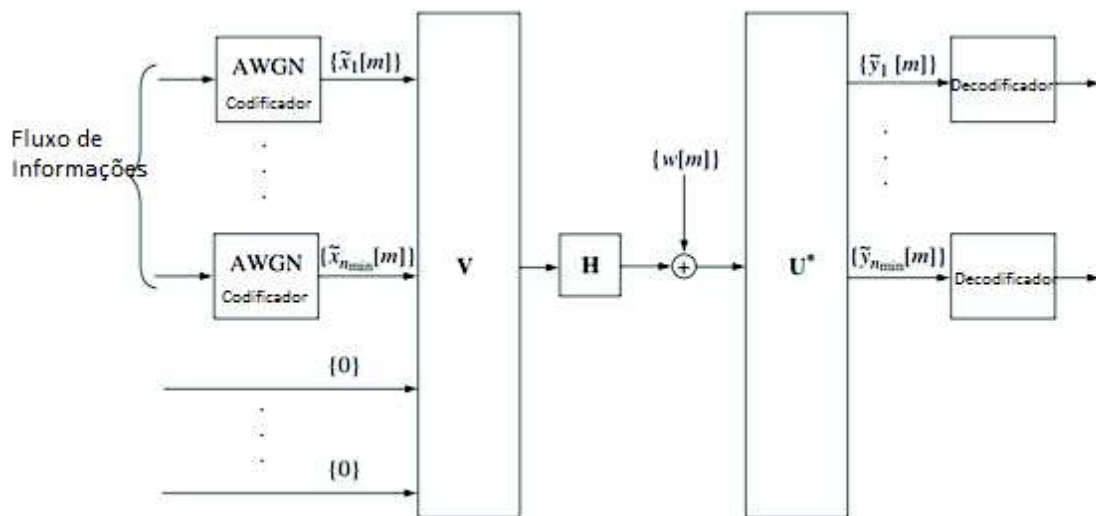


Figura 9: Transmissão do Sinal em tecnologia MIMO com AWGN

Existem dois tipos de variação de canais MIMO: [11]

- O canal SIMO é um caso particular da tecnologia MIMO, onde empregam apenas uma antena no transmissor e m antenas no receptor. Ao transmitirmos um símbolo, em cada antena de recepção, $y_k = h_k + w_k$, onde k é a quantidade de antenas no receptor.
- O canal MISO é outro caso particular da tecnologia MIMO, onde empregam n antenas no transmissor e apenas uma antena no receptor.

Para este caso, observaremos dois tipos de modelos para rápido desvanecimento (*fading*) do canal: [11]

- Quando a distribuição da informação transmitida no canal (CDIT) e o estado da informação recebida no canal (CSIR) é perfeito, ou seja, quando o estado do canal no receptor é monitorado com precisão, porém no transmissor se utiliza de um modelo estatístico baseado em informações do canal que alimenta o receptor.

- Quando a distribuição da informação transmitida no canal e da informação recebida no canal. Neste caso, não há uma precisão exata, pois se apoia exclusivamente em modelos estatísticos.

Um *fading* é o desvio da atenuação afetando um sinal sobre determinados meios de propagação. Ela pode variar de acordo com a geografia do local, frequência e tempo. Em um sistema sem fio, o desgaste do sinal é devido à propagação de multipercurso, ou multiplexação espacial. [10]

Existem dois tipos de desvanecimentos, o lento e o rápido.

- O desvanecimento lento é quando o tempo de coerência do canal é grande em relação ao limite de atraso do canal. Pode ser causado por uma sombra (de um grande edifício) que dificulta o tráfego entre transmissor e receptor. A amplitude e a fase do canal variam pouco durante o período de utilização
- O desvanecimento rápido, ocorre quando o tempo de coerência do canal é pequeno em relação ao limite do atraso do canal. Para esse caso, a amplitude e a fase do canal variam consideravelmente.

4.4. Capacidade do Canal CSIR [10]

Para uma capacidade de canal CSIR (estado da informação do canal ao receptor) com um modelo de arquitetura visto na Figura 9, onde podemos definir U como conjunto de n antenas dos transmissores e V como conjunto de m antenas dos receptores. A taxa de transmissão alcançada será:

$$R_{\text{alcançada}} = \log \det \left(I_m + \frac{1}{N_0} H Q_X H^* \right) \quad 4.5$$

Onde, Q_x é uma função matriz da forma:

$$Q_x = U \Lambda U^*$$

E Λ é a matriz diagonal formada pelas potências $P_1 \dots P_n$.

A taxa real, ou confiável, acaba sendo a esperança (ξ) da taxa alcançada.

$$R_e = \xi \left(\log \det \left(I_m + \frac{1}{N_0} H Q_X H^* \right) \right) \quad 4.6$$

Por fim, a capacidade do canal (4.7), como Shannon havia dito, é a máxima taxa real (4.6) de sistema.

$$C = \max_{Q_x: Tr[Q_x]=P} \left(\xi \left(\log \det \left(I_m + \frac{1}{N_0} H Q_X H^* \right) \right) \right) \text{ bit/s/Hz} \quad 4.7$$

Neste caso, que apenas o receptor tem conhecimento da informação do canal (CDIT e CSIR) não é possível alinhar a entrada (antena dos transmissores) com o canal, pois não é capaz de identificar as direções em que o canal fornece mais energia.

Portanto, para transmitir de forma eficiente e ótima, é necessário transmitir a potência em todas as direções espaciais, porém, com uma determinada matriz de covariância Q_x . Ou seja, a máxima capacidade do sistema ocorre quando a matriz Q_x for máxima e ela for igual à potência. No caso, a matriz identidade em escala de potência. Divide-se pela quantidade de antenas para obter a potência transmitida igualmente por todas as antenas.

$$Q_x = \frac{P}{n} I_n \quad 4.8$$

Substituindo na função de C, lembrando que $\frac{P}{N_0} = \text{SNR}$ de cada antena, temos:

$$C = \xi(\log \det (I_m + \frac{\text{SNR}}{n} HH^*)) \quad 4.9$$

Lembrando que $\lambda^2_{1...n}$ são auto valores da matriz HH^* , a capacidade do canal C pode ser expressa:

$$C = \xi(\sum_{i=1}^{\min(n,m)} \log(1 + \frac{\text{SNR}}{n} \lambda^2_i)) \frac{\text{bit}}{s} / \text{Hz} \quad 4.10$$

4.5. Capacidade do Canal CSI Completo [11]

Para um CSI completo, ou seja tanto o transmissor quanto o receptor conhecem o meio, observamos que a potência do sinal por número de antenas do transmissor é dependente do nível de *water-filling* e dos autovalores da matriz HH^* .

$$P_i(\lambda) = \mu - \frac{N_0}{\lambda^2} \quad 4.11$$

Sendo P_i a potência transmitida por antena do transmissor, λ^2 os autovalores e μ o nível de *water-filling* do sistema de comunicação que satisfaz a seguinte equação:

$$P = \sum_{i=1}^{\min(n,m)} P_i(\lambda^2); \quad 4.12$$

O *water-filling* como o próprio nome sugere, é baseado na ideia da água atingir seu nível dentro de um recipiente respeitando as leis da pressão de Pascal. Assim, nos sistemas de comunicação, os sistemas de amplificação amplificam a potência até um nível em que compensa as deficiências de canal.

A capacidade do canal é dada com:

$$C = \sum_1^{\min(n,m)} \xi \left(\log \left(1 + \frac{P_i(\lambda^2_i) \lambda^2_i}{N_0} \right) \right)$$

Fazendo as substituições necessárias:

$$C = \sum_1^{\min(n,m)} \xi \left(\log \left(1 + \frac{(\mu - \frac{N_0}{\lambda_i^2}) \lambda_i^2}{N_0} \right) \right)$$

Simplificando a expressão, obtemos:

$$C = \sum_1^{\min(n,m)} \xi \left(\log \left(\frac{\mu \lambda^2_i}{N_0} \right) \right) \quad 4.13$$

Esta é a capacidade do canal que temos por n antenas de transmissores a m antenas de receptores. Cada capacidade do canal vai depender do meu nível de *water-filling* do sistema e dos autovalores de cada antena i.

4.6. Capacidade do Canal em MISO e SIMO. [10]

Sistemas MISO são sistemas que possuem várias antenas no transmissor e apenas uma antena no receptor. Utilizando a capacidade do canal para CSI no receptor, com fading rápido, podemos encontrar a capacidade do canal para o sistema MISO, da seguinte forma:

$$C = \xi \left(\sum_{i=1}^{\min(n,m)} \log \left(1 + \frac{SNR}{n} \lambda^2_i \right) \right) \text{ bit/s/hz} \quad 4.14$$

$$C = \xi \left(\sum_{i=1}^n \log \left(1 + \frac{SNR}{n} \lambda^2_i \right) \right) \text{ bit/s/hz} \quad 4.15$$

$$C = \xi \left(\log \left(1 + \frac{SNR}{n} \sum_{i=1}^n \lambda^2_i \right) \right) \text{ bit/s/hz} \quad 4.16$$

Para n muito grande, $n \rightarrow \infty$, podemos simplificar:

$$C = \log (1+ SNR)$$

Ou seja, quanto maior a quantidade de antenas no transmissor, tendendo a infinito, mais próximo da capacidade com adição de ruído gaussiano branco vai ficando.

Quando $n = 1$, ou seja, com apenas uma antena transmitindo e uma antena recebendo, tem-se uma capacidade bem menor que a capacidade de um canal com ruído gaussiano branco. Isto ocorre devido à perda de Jensen.

O aumento do número de antenas de transmissão tem o efeito de reduzir a flutuação da SNR instantânea e, portanto, reduzindo a perda de Jensen. Para um sistema SIMO, onde a transmissão é feita por apenas uma antena e no receptor possui m antenas, teremos, assim como no SIMO, para um caso de CSI no receptor, nós temos a capacidade do canal calculada como:

$$C = \xi \left(\sum_{i=1}^{\min(n,m)} \log \left(1 + \frac{SNR}{n} \lambda^2_i \right) \right) \text{ bit/s/hz} \quad 4.17$$

$$C = \xi \left(\sum_{i=1}^m \log \left(1 + \frac{SNR}{n} \lambda^2_i \right) \right) \text{ bit/s/hz} \quad 4.18$$

$$C = \xi \left(\log \left(1 + \frac{SNR}{n} \sum_{i=1}^m \lambda^2_i \right) \right) \text{ bit/s/hz} \quad 4.19$$

Para um m grande, tendendo ao infinito, teremos:

$$C \approx \log(m\text{SNR}) = \log(m) + \log(\text{SNR}) \quad \mathbf{4.20}$$

Isto nos diz que a capacidade do canal e o ganho de potência aumenta com o número m de antenas. A diferença para o caso do MISO é devido a uma maior disposição de antenas receptoras.

5. Capacidade de Canal e a Lei de Moore [3]

Nos últimos 50 anos da computação, a tecnologia mais usada são os circuitos integrados, com a descoberta e o uso dos transistores, através de décadas de pesquisas, iniciados com os trabalhos de Jack Kilby e Robert Noyce.

Transistores são dispositivos eletrônicos que podem funcionar como chaves, ou amplificadores de sinais elétricos. Em um transistor CMOS, são formados por uma camada de metal, óxido e um semicondutor (o mais usado é o silício). O transistor CMOS possui 4 terminais: Porta, Dreno, Fonte e Bulk (geralmente ligado no terra ou na fonte de tensão). As dimensões do CMOS são dadas em W e L, onde W é a largura do canal, que é onde ocorre a passagem da corrente (da fonte para o dreno) e L é o comprimento do canal. É a largura do canal que dá nome à tecnologia, por exemplo, um transistor de 15nm quer dizer que a largura do canal possui 15nm. Quanto menor essa dimensão e comprimento de canal adequado, conseguimos uma maior velocidade no trânsito de elétrons e consequentemente maior frequência.

O aumento da capacidade dos transistores tem crescido de forma exponencial. Com a lei de Moore, é possível observar essa taxa de crescimento de forma contínua. A lei de Moore toma como exemplo a tecnologia CMOS.

Gordon Moore, em 1965, observou que o número de transistores em chip, aparentemente duplica anualmente, pelo menos por 10 anos. Nos subsequentes anos, a taxa duplica variando de 18 meses a 3 anos, como visto na figura 10.

Para isso, as dimensões dos transistores vão decrescendo, o que aumenta o contato e a velocidade de transmissão, diminuindo sua área. Em 1980, os transistores tinham aproximadamente a ordem 3 μm , nos dias atuais aproximadamente 20 nm. A IBM já está produzindo transistores a 7 nm.

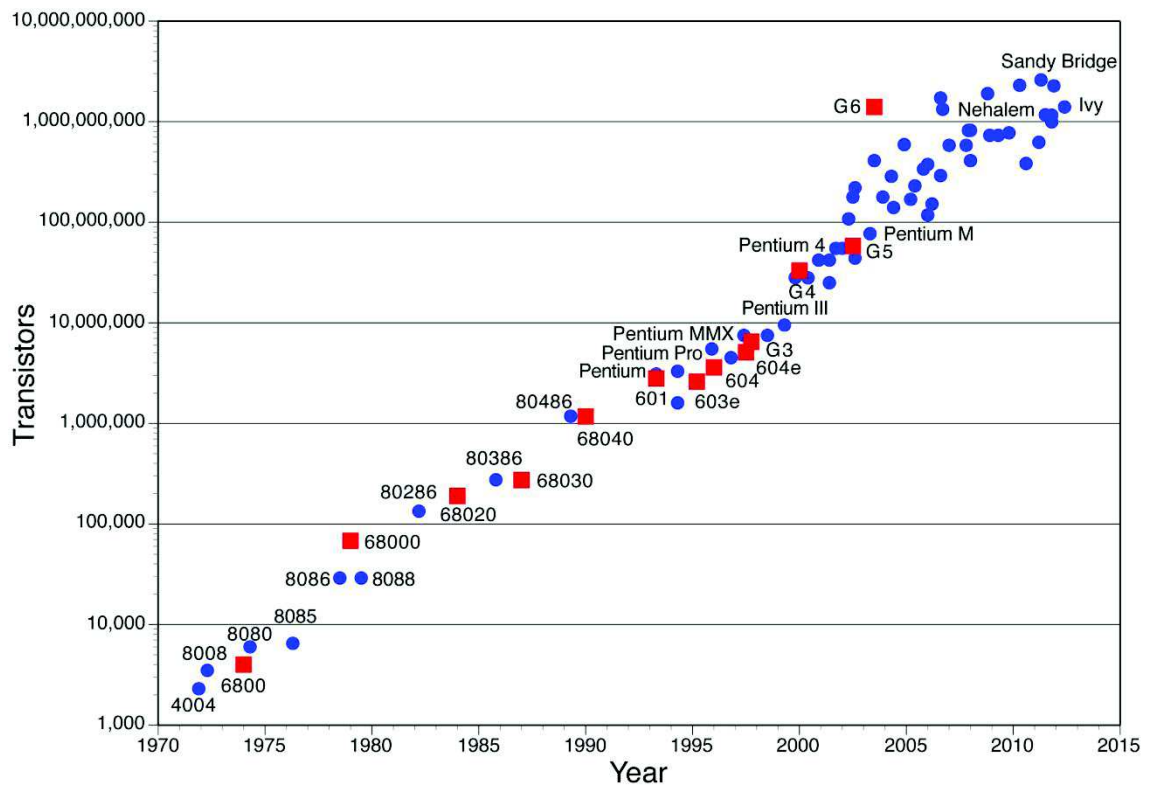


Figura 10: Evolução da quantidade de transistores por ano [12]

Este incremento na capacidade dos transistores acaba, também, servindo como limite para o processamento da informação. Então, por maior que seja a capacidade do canal e o tráfego de informações, se não for possível processá-lo com a mesma capacidade (bit/s), não será útil aquela informação para o destino, pois a informação precisa ser processada pelo receptor.

A capacidade do transistor, no caso, de processamento, é definida como C_t , e está diretamente relacionada ao produto da quantidade de dispositivos com a frequência do clock, que determina a velocidade de processamento dentro dos circuitos integrados.

É preciso ter uma frequência alta para uma maior velocidade de processamento. Isto requer menor quantidade de dispositivos usados, pois para uma maior quantidade, acaba tornando o tráfego de informação mais lento, o que acarreta em uma velocidade menor. Outro detalhe importante é a quantidade de dispositivos resistivos. Muitos flip flops, acarretando em muitas capacitâncias e atrasos no clock, diminuindo a velocidade de tráfego da informação e seu processamento.

Assim, C_t , a capacidade de processamento é calculada como $C_t = Mf$, onde M é a quantidade de dispositivos e f é a frequência do clock do microprocessador. A frequência do clock se refere à quantidade de operações de ciclos de clock, acaba que servindo como a velocidade do processador. Por exemplo, um computador da Intel Core i7 3,8GHz, temos processadores à velocidade de clock de 2,9 GHz com dimensões de transistores à 14nm.

Assim, mesmo que a capacidade do canal seja muito grande, não é possível que a mensagem chegue no destino sem que o receptor tenha a capacidade de

processamento, é necessário acompanhar a lei de Moore para que nós tenhamos a informação transmitida processada adequadamente e assim conhecida pelo destino.

6. Representações gráfica e Observações

Este capítulo apresenta algumas implementações em Matlab, a partir do formalismo apresentado nos capítulos anteriores, aplicadas aos casos de transmissão a fibra óptica e sem fio.

6.1. Introdução com Matlab

Foi utilizado o programa *Matlab* para a realização de gráficos representativos de algumas fórmulas compreendidas no estudo. Foi escolhido o *Matlab* devido à sua facilidade de programação e pela experiência que se tem com o programa.

Os gráficos em questão que foram plotados pelo programa foram:

- Gráfico de uma entropia discreta, com apenas duas probabilidades;
- Gráfico da Capacidade do Canal AGWN com a expressão da série de ordem 1 e de ordem 2;
- Gráfico para o ganho de capacidade em canais independentes;
- Gráfico para capacidade de canais MIMO.

6.2. Gráficos da Probabilidade e Entropia de Shannon

Foi escolhida a situação em que ocorram apenas dois eventos probabilísticos, na qual um evento só acontece caso o outro não aconteça. Por exemplo, uma jogada de cara ou coroa, ou apenas o transporte de 0 ou 1 por um meio de comunicação.

As probabilidades variam de 0 a 1. Escolhemos uma probabilidade p , tal que $0 \leq p \leq 1$ e uma probabilidade q , tal que, $q = 1-p$. O gráfico plotado a partir da função de:

$$H_y(x) = - [p \log p + q \log q];$$

Pode ser visto na Figura 11:

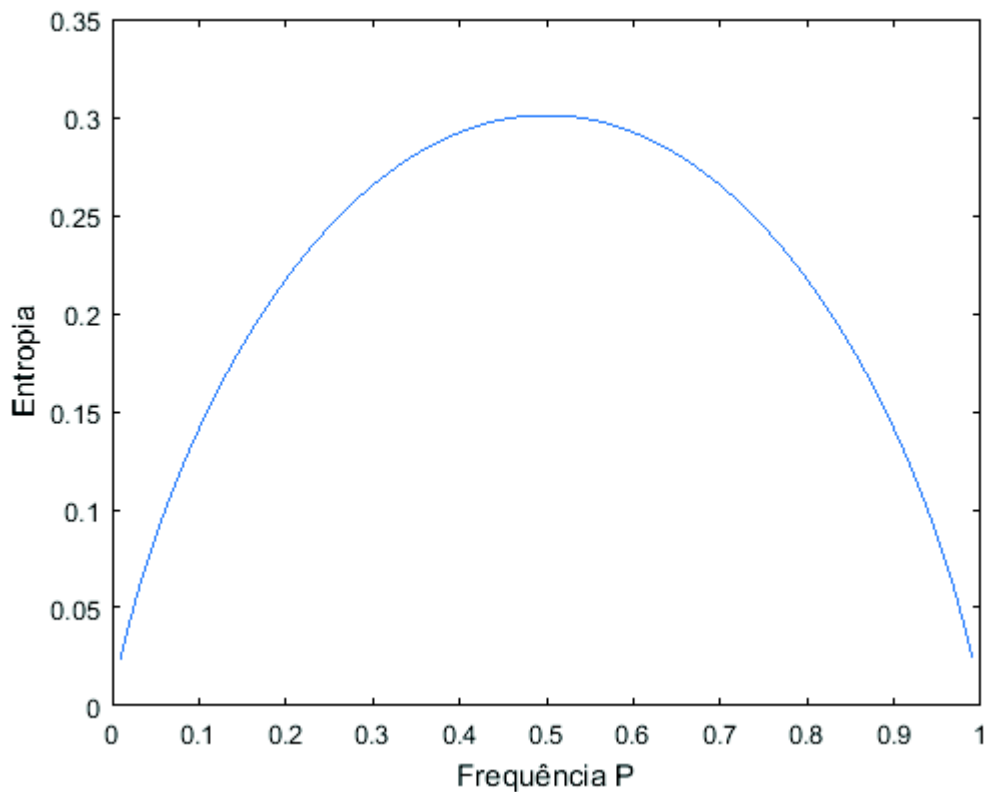


Figura 11: Gráfico da entropia para 2 eventos.

Observa-se no gráfico que temos uma maior entropia quando a probabilidade p é 0,5, igualmente à probabilidade q que é $1-p = 0,5$. Tal fato só acontece quando se há pouca informação (ou nenhuma) sobre os eventos e por isso a probabilidade de cada um acontecer é a mesma. Como são dois eventos, a probabilidade é 0,5 para cada evento.

Observa-se também que a propriedade da entropia como uma função gaussiana se mantém visto pelo gráfico. Assim como a característica linear da entropia em função da probabilidade.

6.3. Gráficos da Capacidade do Canal com AGWN

Calculado para a capacidade do canal com banda larga unitária (eficiência espectral) e aditivo de ruído branco gaussiano. Para esse caso (Figura 12), foi escolhido uma relação sinal-ruído que variasse de 0 à 60 db, o que, no sinal, é uma relação que chega até a potência do ruído 10^{-6} da potência do sinal.

$$C = \log(1 + \text{SNR})$$

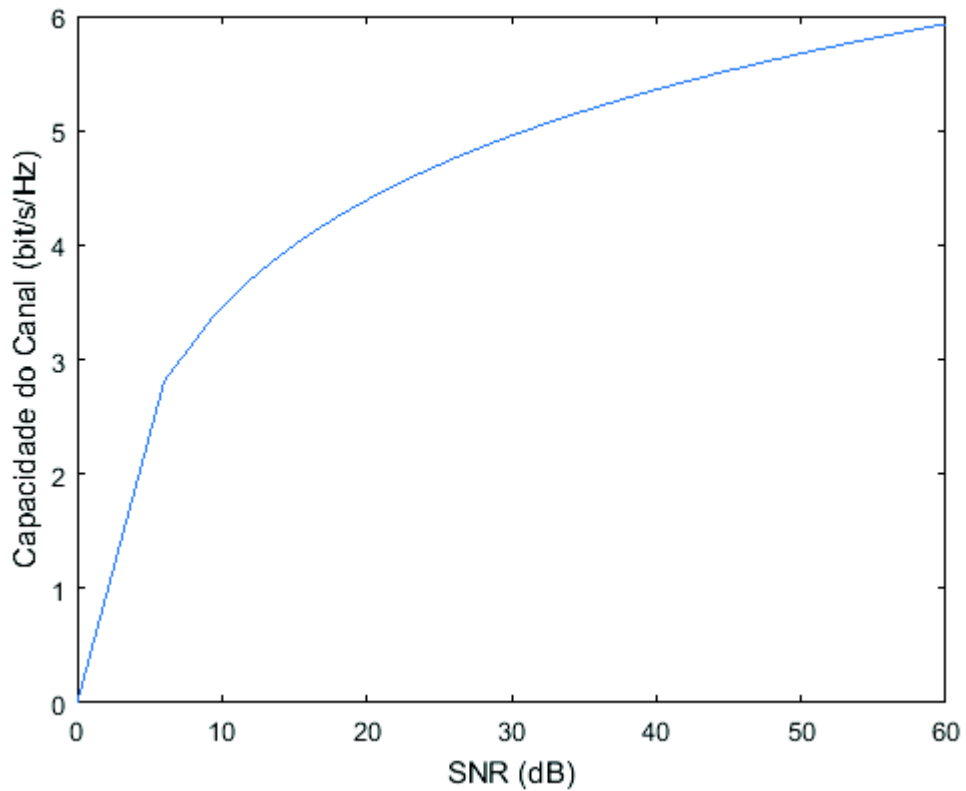


Figura 12: Capacidade do Canal

Agora, plota-se o gráfico com as expressões da eficiência espectral para:

- $SNR_b = \frac{2^{SE} - 1}{SE}$. (Relação Sinal-Ruído por bit)
- $SNR_b = \sum_{q=0}^Q \frac{(\ln 2)^{q+1} SE^q}{(q+1)!}$ (Ordem 1 e Ordem 2)

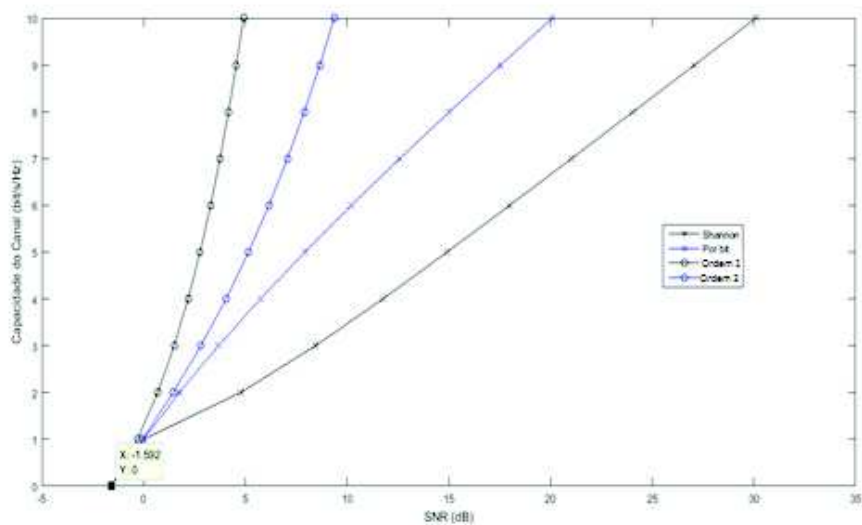


Figura 13: Diferentes curvas para a Capacidade do Canal

Vale ressaltar que o mínimo que todas as funções convergem, quando atinge capacidade do canal = 0 é a relação sinal ruído, SNR, ser igual à -1,592 como previsto pelos cálculos de Essiambre.

Outro ponto relevante é que quando maior a nossa relação sinal-ruído, pior fica as aproximações do cálculo, em relação à capacidade de Shannon.

6.4. Gráficos da Capacidade de Canais Independentes

Para os canais independentes, foi utilizada uma quantidade de $m = 1$ até 64 canais de transmissão. Para o primeiro gráfico da figura 14, traçamos o gráfico da capacidade do canal para cada m :

$$C^{(M)} = M \log_2 \left(1 + \frac{\alpha P}{N} \right) \text{ bit/s/Hz}$$

A escolha de α foi para um P_i , potência de cada canal, fosse uniforme para cada canal. Assim, $\alpha = 1/m$.

O gráfico plotado:

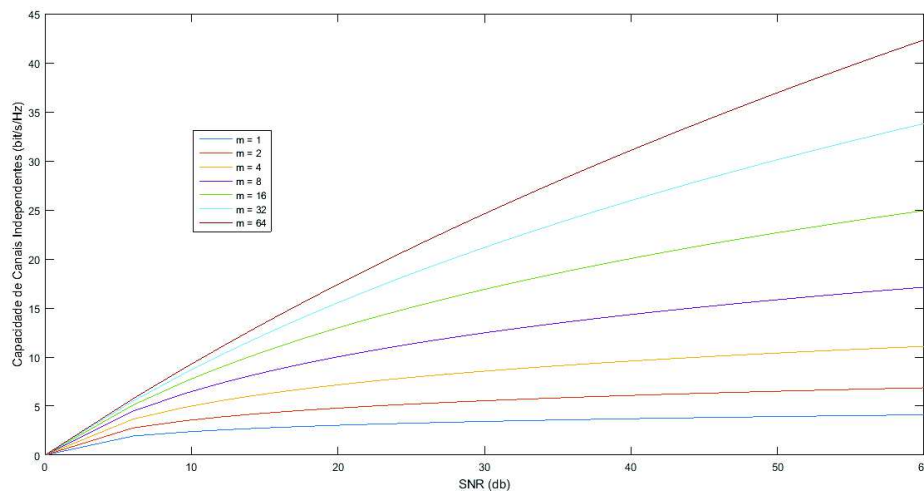


Figura 14: Capacidade do Canal para até 64 canais independentes

Para os mesmos parâmetros ($m = 64$ e $\alpha = 1/m$), calcula-se o ganho de m -canais independentes em relação à apenas um canal:

$$G = \frac{M \log_2 (1 + \alpha SNR)}{\log_2 (1 + SNR)}$$

É possível observar que, quando maior a quantidade de canais independentes, maior será seu ganho.

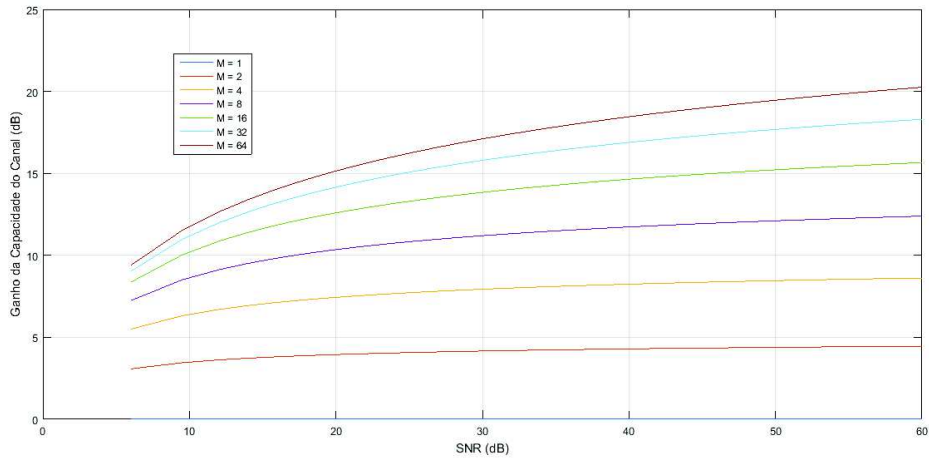


Figura 15: Ganho da Capacidade em canais independententes

6.5. Gráficos da Capacidade do Canal em rede sem fio

No gráfico da figura 15 é apresentada a curva para a equação da capacidade de um canal para um sistema MIMO. Para plotar este gráfico, foi fixado um n_t e n_r igual a 6. Ou seja, 6 antenas no transmissor e 6 antenas no receptor. Para λ_i constante igual a 1, plotamos o gráfico para:

$$C = \xi \left(\sum_{i=1}^{\min(n,m)} \log \left(1 + \frac{SNR}{n} \lambda_i^2 \right) \right) \text{ bit/s/Hz}$$

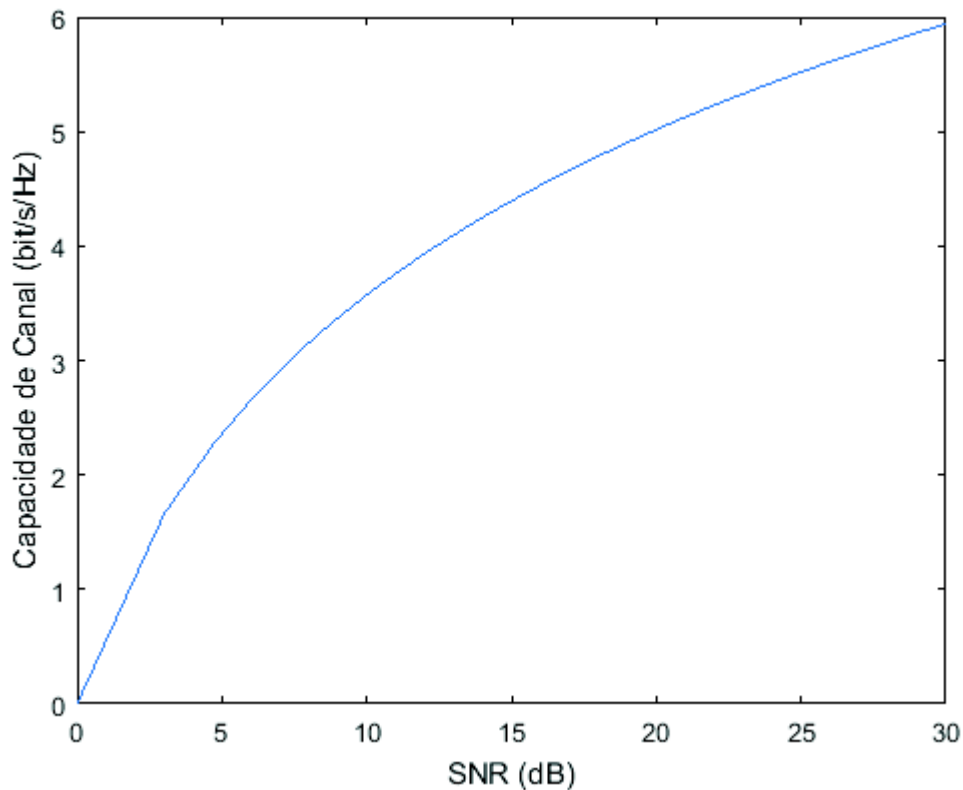


Figura 16: Capacidade do Canal em sistemas Sem Fio

A figura 17 apresenta o gráfico para os sistemas MIMO, SIMO e MISO e observamos a diferença da capacidade do canal, para diferentes SNR, quando temos 1 antena no transmissor ou 1 antena no receptor. Observe-se que a capacidade do canal aumenta com o aumento da quantidade de antenas no transmissor e no receptor.

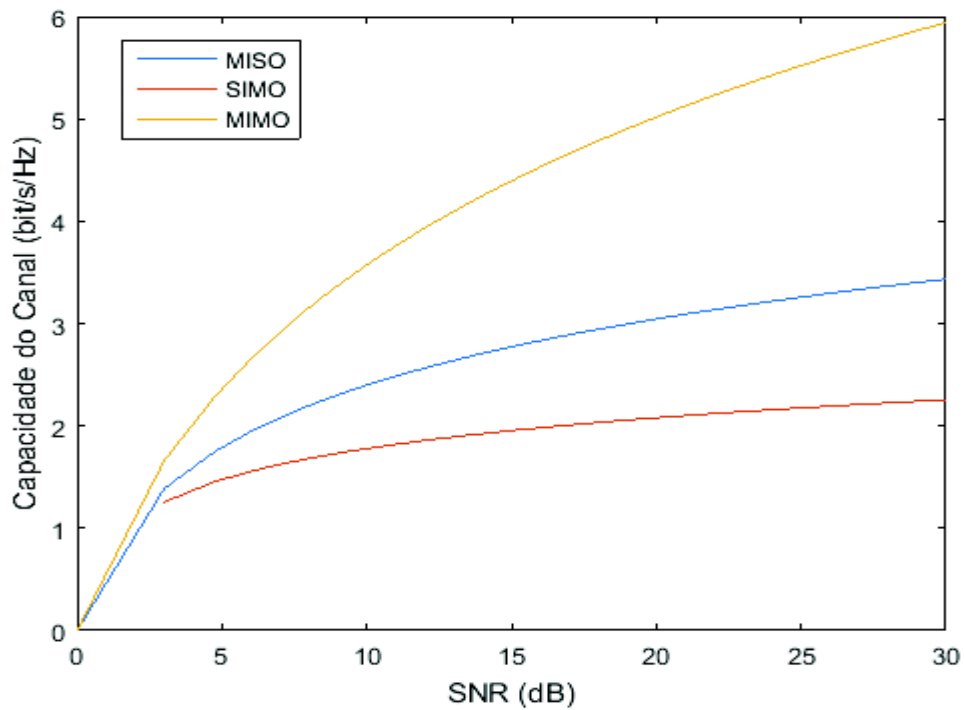


Figura 17: Capacidade do Canal para MIMO X MISO X SIMO

7. Conclusões

Esta monografia de conclusão de curso apresentou uma revisão dos conceitos da teoria da Informação em relação à capacidade do canal nas tecnologias de comunicação baseadas em sistemas ópticos e sem fio, e da limitação da capacidade de processamento da informação, função da evolução das tecnologias de microeletrônica – restrições presentes na realidade atual, quando os limites apontados por Shannon estão próximos de serem alcançados.

A Teoria Matemática da Comunicação, descrita por Shannon em 1948, serviu como base para os modelos de transmissão de sinal que vieram posteriormente. Dentre eles, destacam-se atualmente os sistemas de transmissão por fibras ópticas, principalmente para redes em escalas de longa distância e metropolitana, e os sistemas sem fio, para redes de acesso. A teoria de Shannon impacta no nosso dia a dia, onde o aumento crescente do consumo de banda é reflexo direto do uso de aplicativos (do tipo multimídia em redes sociais e computação em nuvem, por exemplo) que envolvem banda larga e, preferencialmente, mobilidade. É importante observar que as restrições aos limites de alcance e largura espectral disponível são fortemente dependentes do meio de transmissão e dos dispositivos e tecnologias utilizados. Cada meio possui diferentes fontes de ruído que interferem diretamente relação entre a potência do sinal e a potência do ruído.

Apesar de ser possível implementar redes de acesso via fibra óptica com capacidade mais elevada, as redes sem fios apresentam a vantagem da mobilidade, o que as torna mais atraente ao consumidor. Por outro lado, diversos fatores influenciam a capacidade do canal quando se usa esta tecnologia, destacando-se os efeitos de *keyhole* e Doppler. As fibras ópticas, imbatíveis quando se trata de redes tronco em escalas metropolitanas e de longo alcance, enfrentam o problema do ruído dos amplificadores ópticos associado às tecnologias de modulação, empregadas para aumentar a eficiência espectral. Desta forma, o alcance de sistemas com sinais modulados em taxas mais altas (a partir de 400 Gb/s) fica limitado pela relação sinal-ruído óptico.

Outro aspecto a se observar é a velocidade de processamento do sinal que, idealmente, deveria acompanhar a evolução do aumento da capacidade dos sistemas de transmissão. Em última instância, além da limitação demonstrada por Shannon, devida à relação sinal ruído (tanto nos sistemas a fibra com sem fio) a capacidade do canal é também limitada pelo processamento do sinal nos terminais dos sistemas (transmissor e receptor). A lei de Moore limita a taxa de processamento, em função do número do número de transistores e da frequência de *clock* disponíveis.

8. Referencias

- [1] F. Cohen, "A Short History of Cryptograph," Fred Cohen & Associates, 1995.
- [2] C. E. Shannon, "A Mathematical Theory of Communication," *The Bell System Technical Journal*, pp. 379-423; 623-656, Outubro 1948.
- [3] R. K. Cavin, P. Luigli e V. V. Zhirnov, "Science and Engineering Beyond Moore's Law," *Proceedings of the IEEE*, pp. 1720 - 1749, 13 Maio 2012.
- [4] R.-J. Essiambre e R. W. Tkach, "Capacity Trends and Limits of Optical Communication Networks," *Proceedings of the IEEE*, pp. 1035-1053, 5 Junho 2012.
- [5] R.-J. Essiambre, "Capacity Limits of Information Transport in Fiber-Optic Networks," *Physical Reviews Letters*, pp. 163901-1 - 163901-4, 2008.
- [6] A. D. A. Miranda, *Introdução às Redes de Computadores*, Vila Velha, ES: ESAB, 2008.
- [7] S. P. N. Campos, *Uma contribuição ao modelamento analítico em amplificadores Raman*, Vitória, Espírito Santo: UFES, 2007.
- [8] A. L. d. R. Abbade, *Limites impostos pela dispersão por modo de polarização em sistemas ópticos de elevada taxa de transmissão*, Santa Rita do Sapucaí: Inatel, 2008.
- [9] E. d. S. Rosa, *Separação cega de sinais em sistema ópticos com multiplexação de polarização*, Campinas, São Paulo: BAE - Unicamp, 2010.
- [10] D. Tse e P. Viswanath, *Fundamental of Wireless Communication*, Cambridge: Cambridge University Press, 2005.
- [11] A. Goldsmith, S. A. Jafar, N. Jandal e S. Vishwanath, "Capacity Limits of MIMO Systems," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, pp. 684 - 701, 2003.
- [12] "Intel," Intel Corporation, [Online]. Available: <http://www.intel.com.br/content/www/br/pt/homepage.html>.
- [13] J. P. Serra, "A Teoria Matemática da Comunicação," em *Manual da Teoria da Comunicação*, Covilhã, Portugal, Livros Labcom, 2007, pp. 93 - 102.
- [14] R. Pavão, *Teoria da Informação*, 2011.