

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MATERIAIS**

**Raquel Mascarenhas Hornos**

**Otimização da alocação e roteamento de aeronaves no transporte aéreo  
sob demanda**

**São Carlos  
2016**

Raquel Mascarenhas Hornos

Otimização da alocação e roteamento de aeronaves no transporte  
aéreo sob demanda

Trabalho de conclusão de curso apresentado à  
Escola de Engenharia de São Carlos da  
Universidade de São Paulo

Orientador: Prof. Dr. Kleber Francisco Esposto

Co-orientador: Prof. Dr. Pedro Munari

São Carlos

2016

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu orientador Pedro Munari pela paciência, exemplo e dedicação.

A minha família, em especial minha irmã Janaina que sempre me apoiou em todos os momentos e a minha mãe Yvone Maria pelo exemplo e confiança depositados em mim todos esses anos.

Aos meus amigos, Larissa Fernandes, Catarina Batista, Manuela Junqueira Franco, Bruna Alves, Thais Carvalho, Camila Vecchi, Fernanda Schwarstein e Isadora Dias que me apoiaram durante todos esses anos de graduação.

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTA TRABALHO,  
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS  
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

H789  
o Hornos, Raquel Mascarenhas  
Otimização da alocação e roteamento de aeronaves no  
transporte aéreo sob demanda / Raquel Mascarenhas  
Hornos; orientador Kleber Francisco Esposto;  
coorientador Pedro Munari. São Carlos, 2016.

Monografia (Graduação em Engenharia De Materiais e  
Manufatura) -- Escola de Engenharia de São Carlos da  
Universidade de São Paulo, 2016.

1. Pesquisa Operacional. 2. Transporte Aéreo. 3.  
Roteamento de Veiculos. I. Título.

### Formulário para relatório de defesa de TCC

Relatório de defesa pública de Trabalho de Conclusão de Curso da Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo.

Aluno	Raquel Mascarenhas Hornos	No. USP: 4492293
Orientador ou resp. pela disciplina	Prof. Kleber Esposto	No. USP: 2239535
Título do TCC	Otimização da alocação e roteamento de aeronaves no transporte aéreo sob demanda	
Curso ou Ênfase	Engenharia de Materiais e Manufatura	
Disciplina	SMM0325 Trabalho de Conclusão de Curso	
Local da defesa:	Departamento de Engenharia de Materiais e Manufatura	Data de defesa: 23/06/2016



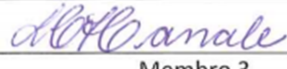

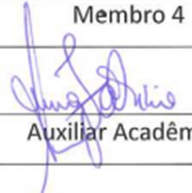
Após declarada aberta a sessão, o(a) Sr(a) Presidente passou a palavra aos examinadores para as devidas arguições. Em seguida, a Comissão Julgadora proclamou o resultado:

Membros da Comissão Julgadora	Vínculo	Sigla Unidade	Nota
Prof. Dr. Kleber Francisco Esposto	Docente	USP	10,0
Prof. Dr. Pedro Munari	Docente	Ufscar	10,0
Prof. Dra. Lauralice de Campos F. Canale	Docente	USP	10,0

Média = 10,0			
Resultado final	<input checked="" type="checkbox"/> Aprovado	<input type="checkbox"/> ( ) Necessita de ajustes	<input type="checkbox"/> ( ) Reprovado

Observações da Comissão Julgadora

Eu, Ana Fabricia, Auxiliar Acadêmico, lavrei o presente relatório que assino com os(as) Senhores(as). São Carlos, 23/6/16.

	
Membro 1	Membro 2
	
Membro 3	Membro 4
	
Orientador(a) ou responsável pela disciplina	Auxiliar Acadêmico

## RESUMO

HORNOS, R. M. **Otimização da alocação e roteamento de aeronaves no transporte aéreo sob demanda.** Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Departamento de Engenharia de Materiais e Manufatura da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2016

A Pesquisa Operacional (PO) tem como objetivo o desenvolvimento de modelos matemáticos e de soluções para sistemas complexos, os quais são motivados por questões e problemas encontrados na prática. Historicamente a PO vem sendo intensamente aplicada na indústria aérea devido principalmente a sua complexidade e às baixas margens de lucro, tornando a otimização das operações das companhias aéreas extremamente importante para a sobrevivência das mesmas. O objetivo deste projeto é desenvolver e implementar um modelo matemático para determinar a melhor atribuição de aeronaves às solicitações dos clientes visando a minimização do custo operacional. A implementação do modelo será por meio de uma planilha eletrônica que recebe as solicitações dos clientes e retorna as rotas ótimas para as aeronaves da companhia. Tal ferramenta visa apoiar o processo de tomada de decisão dos operadores de forma a otimizar o processo. É esperado que com o uso dessa ferramenta seja possível diminuir o custo operacional dos serviços oferecidos por companhias de transporte aéreo sob demanda, com interesse principal na redução do gasto com reposicionamento de aeronaves.

Palavras chaves: pesquisa operacional, roteamento de aeronaves, indústria área sob demanda

## ABSTRACT

HORNOS, R. M. **Optimization of allocation and routing of aircraft in air transport demand.** Completion of Course Work submitted to the Department of Engineering Materials and Manufacturing School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo. San Carlos, 2016

Operational Research (OR) aim to develop mathematical models and solutions for complex systems, which are motivated by questions and problems encountered in practice. Historically the PO has been extensively applied in the airlines industry mainly due to its complexity and the low profit margins, making the optimization of the operations extremely important to help airlines to remain competitive. The objective of this project is to develop and implement a mathematical model to determine the optimal of aircraft allocation to customer requests in order to minimize operating costs. The implementation of the model will be through an electronic spreadsheet that receives requests from clients and returns the optimal routes for the company's aircraft. This tool aims to support the decision-making process of the operators and optimize the process. It is expected that with the use of this tool is possible to reduce the operating cost of the services offered by airline companies on demand and above all in reducing spending with the repositioning of aircraft.

Key words: Operational Research, aircraft routing, charter airlines

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Processo de modelagem. Fonte: (Arenales, et al., 2007).....	14
Figura 2- Representação da rede conexão. Fonte: (Hanif., et al., 2005) .....	26
Figura 3- Representação da rede espaço- tempo. Fonte: (Hanif., et al., 2005).....	27
Figura 4- Redução da rede tempo-espaço. Fonte: (Hanif., et al., 2005) .....	31
Figura 5 - Posicionamento inicial das aeronaves. (Fonte:Elaborada pela autora).....	39
Figura 6 - Posicionamento das aeronaves para atendimento dos pedidos dos clientes. (Fonte: Elaborada pela autora).....	39
Figura 7 - Exemplo de rota para a aeronave 1. (Fonte: Elaborada pela autora).....	40
Figura 8 - Representação gráfica do cálculo de distância de voo. (Fonte: Elaborada pela autora).....	41
Figura 9- Ocorrência de voos média por dia e por tipo de voo nos meses contidos nos dados. (Fonte: Elaborada pela autora) .....	42
Figura 10 – Distribuição por tipo de voo dos dados históricos fornecidos pela companhia (Fonte: Dados da companhia; análise autor) .....	42
Figura 11 – Representação de rede de solicitações ( Fonte: Elaborada pela autora) ..	43
Figura 12– Alocação inicial das aeronaves. (Fonte: Elaborada pela autora) .....	44
Figura 13- Comparação de alocação por cidades e alocação por pedidos (Fonte: Elaborada pela autora) .....	46
Figura 14- Aba “Pedidos” (Fonte: Elaborada pela autora).....	52
Figura 15 – Aba (Alocação (2) (Fonte: Elaborada pela autora) .....	53
Figura 17 – Exemplo de matriz de alocação e leitura do resultado (Fonte: Elaborada pela autora).....	54
Figura 18- Aba “Tempo de deslocamento” (Fonte: Elaborada pela autora) .....	55
Figura 19 – Dados fornecidos pela empresa para realização de testes.....	56
Figura 20- Relação número de solicitações inseridas na ferramenta vs. número de variáveis segundo o Excel. (Fonte: Elaborado pela autora) .....	57
Figura 21 – Resultados detalhados por solicitações: Teste dados 21 de novembro de 2014 e 23 de novembro de 2014. (Fonte: Elaborada pela autora).....	59
Figura 22 – Resultados detalhados por aeroportos: Teste dados 21 de novembro de 2014 e 23 de novembro de 2014. (Fonte: Elaborada pela autora).....	60



## LISTA DE SIGLAS

FAM - *Fleet Assignment Model*

PO - Pesquisa Operacional

LCCs - *Low Cost Companies*

ATM - *Air Traffic Management*

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
<b>1.1 Contexto.....</b>	<b>11</b>
<b>1.2 Formulação do problema e objetivo da pesquisa .....</b>	<b>12</b>
<b>1.3 Justificativa .....</b>	<b>12</b>
<b>1.4 Método de pesquisa .....</b>	<b>13</b>
<b>1.5 Organização do trabalho .....</b>	<b>14</b>
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRAFICA .....</b>	<b>15</b>
<b>2.1 Pesquisa Operacional .....</b>	<b>15</b>
<b>2.1.1 Problemas clássicos da pesquisa operacional.....</b>	<b>18</b>
<b>2.1.2 Problemas de logística.....</b>	<b>19</b>
<b>2.2 Pesquisa operacional na indústria aérea .....</b>	<b>20</b>
<b>2.2.1 O planejamento de horários, frota de aeronaves e tripulação</b>	<b>21</b>
<b>2.2.2 Planejamento de receita.....</b>	<b>23</b>
<b>2.2.3 Aplicações em Infraestrutura da aviação .....</b>	<b>24</b>
<b>2.2.4 Atribuição de Frota e Horários .....</b>	<b>24</b>
<b>2.2.5 Modelos de integração de atribuição de frotas e horários e</b>	
<b>manutenção.....</b>	<b>31</b>
<b>2.3 O mercado de transporte aéreo sob demanda.....</b>	<b>33</b>
<b>2.3.1 Roteamento de aeronaves na indústria de transporte aéreo</b>	
<b>sob demanda.....</b>	<b>36</b>
<b>3 CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA E MODELAGEM MATEMÁTICA</b>	<b>37</b>
<b>3.1 O problema de otimização da alocação e roteamento de aeronaves</b>	
<b>no transporte aéreo sob demanda .....</b>	<b>37</b>
<b>3.1.1 Exemplo.....</b>	<b>38</b>
<b>3.2 Análise de dados .....</b>	<b>40</b>
<b>3.3 Modelo proposto.....</b>	<b>43</b>
<b>4.0 RESULTADOS.....</b>	<b>50</b>
<b>4.1 Implementação computacional .....</b>	<b>50</b>
<b>4.2 Experimentos computacionais.....</b>	<b>56</b>
<b>5 CONSIDERAÇÕES GERAIS .....</b>	<b>61</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>63</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Este capítulo tem por objetivo apresentar a pesquisa realizada neste trabalho. Apresenta-se inicialmente o contexto, seguido de questão de pesquisa, justificativa e, por fim, a organização do trabalho.

### 1.1 Contexto

Em 2015, a indústria aérea mundial transportou cerca de 3,5 milhões de pessoas e foi responsável pelo gasto de aproximadamente 1% do PIB mundial (IATA, 2015). Tal setor continua a crescer rapidamente, já que medido em termos de receitas, a indústria dobrou na última década, passando de US \$ 369 bilhões em 2004 para \$ 763 bilhões em 2015, de acordo com a Associação de Transporte Aéreo Internacional (IATA, do inglês *International Air Transport Association*). Muito desse crescimento tem sido impulsionado por companhias de baixo custo (LCCs, do inglês *Low Cost Companies*), que agora controlam cerca de 25% do mercado mundial, com ganhos significativos nos mercados já consolidados e rápida expansão nos mercados emergentes. No entanto, as margens de lucro são iguais a menos de três por cento do total. Ademais, a indústria da aviação é uma das poucas indústrias que vivenciou uma retração em seus preços na última década. Isso é em grande parte devido ao aumento da competitividade, e à natureza complexa do negócio, que se manifesta em parte pelo grau significativo de regulação e a vulnerabilidade das companhias aéreas para eventos não previstos com grande frequência, como problemas climáticos (Clayton; Hiltz, 2015).

Devido às baixas margens de lucro e à crescente competitividade, a otimização das operações das companhias aéreas é de extrema importância para a sobrevivência das mesmas (Clayton; Hiltz, 2015). Conforme apontado por vários autores (Barnhart, et al., 2003; Klabjan, 2003), a Pesquisa Operacional (PO) tem sido uma das principais ferramentas para a realização desta otimização e, conseqüentemente, para o crescimento que o setor de transporte aéreo tem experimentado nos últimos 50 anos (Barnhart, et al., 2003).

A PO tem como objetivo o desenvolvimento de modelos matemáticos e de soluções para sistemas complexos, os quais são motivados por questões e problemas encontrados na prática (Arenales, et al., 2007). Atualmente, os modelos e algoritmos são difundidos em todo o setor aéreo e fazem parte integrante das práticas padrão de companhias aéreas, aeroportos e prestadores de serviços ATM (Barnhart, et al., 2003).

## **1.2 Formulação do problema e objetivo da pesquisa**

O problema que norteia este trabalho pode ser traduzido em: *Como otimizar a alocação e roteirização das aeronaves de uma empresa de transporte aéreo sob demanda usando modelagem matemática, de modo que seja aplicável no dia a dia da companhia aérea e satisfaça as restrições operacionais da mesma?*

Definida a questão de pesquisa, o objetivo deste projeto é propor e implementar computacionalmente um modelo de otimização da atribuição das aeronaves conforme as solicitações de clientes de uma companhia de transporte aéreo sob demanda utilizando as técnicas de pesquisa operacional para o desenvolvimento de um modelo projetado especialmente para a situação da empresa.

## **1.3 Justificativa**

Pesquisa Operacional tem desempenhado um papel fundamental na indústria da aviação para sustentar seu crescimento. Atualmente, mais de 100 companhias aéreas são representadas no AGIFORDS, *Grupo de Companhias Aéreas das Sociedades de Pesquisa Operacional*, que tem sido ativa desde 1961. Uma das razões é que o ambiente de transporte aéreo fornecer contextos naturais para sua aplicação. Outra razão é que a indústria da aviação tem sido consistentemente líder no uso de tecnologia da informação e baseou-se fortemente no uso intensivo de sistemas computacionais ao longo dos anos (Barnhart, et al., 2003).

Dentro do mercado aéreo, encontra-se o mercado de transporte aéreo sob demanda, o qual tem crescido de forma significativa. No final de 2013, a frota de fretamento e táxi aéreo mundial era de aproximadamente 3.800 aeronaves, espalhados por cerca de 1.200 operadores. Oitenta dos operadores de voos fretados e de táxi aéreo têm frotas de aeronaves que consistem em 10 ou mais aeronaves. Sendo que a frota coletiva desses grandes operadores cresceu cerca de 18% durante o período de 2009-2013 (Bombardier, 2014). As companhias de frete aéreo não só representam um mercado crescente, mas como desafios operacionais específicos do nicho em questão, os quais são de grande interesse de estudo.

Este trabalho pretende modelar e solucionar um problema típico de uma companhia de transporte aéreo sob demanda. O problema contém além da complexidade intrínseca da alocação e roteamento das aeronaves os requerimentos específicos da empresa, que devem ser considerados visando minimizar o custo operacional da alocação das aeronaves. A implementação do modelo será realizada através da construção de uma ferramenta baseada no uso de planilhas automatizadas, pois facilitam a interação com o usuário e permitem a integração dos dados, modelo matemático e método de solução em um único software.

#### **1.4 Método de pesquisa**

Este trabalho está inserido dentro da temática da Pesquisa Operacional, sendo norteado pela modelagem matemática, a qual trata de problemas de decisão e faz uso de modelos matemáticos para obter uma solução ótima e viável. Um modelo matemático pode ser definido como simplificação do problema real, contendo apenas os elementos essenciais do problema, possibilitando o tratamento pelos métodos de resolução e originando uma solução coerente com o contexto original (Arenales, et al., 2007).

O processo de modelagem matemática pode ser entendido como o processo ilustrado na Figura 1. Com a existência de um sistema ou problema real, tal problema é compreendido e um modelo matemático é formulado. Para a

formulação do modelo matemático é necessário compreender o problema e definir as variáveis e relações matemáticas que regem o comportamento do sistema. Em seguida é realizada a análise, onde são aplicadas técnicas matemáticas para resolver o problema. Após obtida uma solução inicia-se a etapa de interpretação da mesma, onde é necessário avaliar quais conclusões podem ser tomadas a partir do resultado obtido e se estas têm significado suficiente no contexto real. Por fim, é realizado o julgamento onde as conclusões são validadas ou não. Em caso negativo o modelo deve ser aprimorado e o ciclo se repete (Arenales, et al., 2007).

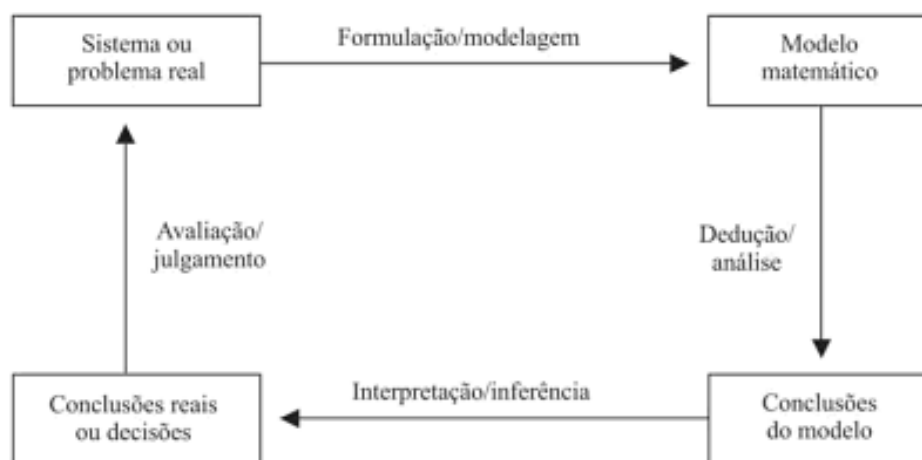


Figura 1- Processo de modelagem. Fonte: (Arenales, et al., 2007)

## 1.5 Organização do trabalho

O presente trabalho está organizado em cinco capítulos, além das referências. O presente capítulo, apresenta o contexto, o objetivo da pesquisa, a justificativa e o método de pesquisa. A revisão da literatura é apresentada no Capítulo 2, contemplando os seguintes tópicos: (1) Pesquisa Operacional, (2) Pesquisa Operacional na indústria área, (3) Atribuição de frotas e horários. Em seguida no Capítulo 3 onde o problema é detalhado e o modelo proposto. O Capítulo 4 apresenta os resultados do estudo desde o desenvolvimento da ferramenta até o experimento computacional. Por fim, o Capítulo 5 apresenta as conclusões, as limitações e perspectivas para trabalhos futuros.

## **2 REVISÃO BIBLIOGRAFICA**

O presente capítulo documenta a revisão bibliográfica realizada por meio da consulta a livros e artigos, com o objetivo de apresentar o tema do trabalho e o estado da arte relacionado. Os temas revisados foram pesquisa operacional, o contexto da aplicação de PO na indústria área e atribuição de frotas e horários.

### **2.1 Pesquisa Operacional**

O termo Pesquisa Operacional (PO) é uma tradução do termo inglês *Operational Research* que surgiu com a invenção do radar na Inglaterra em 1934, e com a criação de uma estação de pesquisa para estudar como esta tecnologia poderia ser utilizada para interceptar aviões inimigos. Em 1941, foi criada a Seção de Pesquisa Operacional do Comando da Força Área De Combate com equipes envolvidas em problemas de planejamento e operação de guerra (Arenales, et al., 2007). Após o final da guerra, devido ao sucesso e credibilidade dos resultados obtidos, a abordagem foi transferida para problemas do setor privado. A PO evoluiu rapidamente na Inglaterra e nos Estados Unidos e desde então vem sendo aplicada nos mais diversos contextos como transporte, segurança, mercado financeiro, indústria automotiva, aviação, bancos, hospitais entre outros. Atualmente, os problemas tratados no século XXI têm se tornado cada vez mais complexos, devido ao avanço da globalização, das telecomunicações e da internet. Conseqüentemente, a PO continua a ganhar importância (Arenales, et al., 2007; Taha, 2006).

O termo Pesquisa Operacional é comumente motivo de críticas, por não revelar a abrangência da área. Segundo a literatura, uma das definições comumente aceitas é que PO tem como objetivo dar suporte à definição de políticas e determinação de ações de forma científica, através do desenvolvimento de métodos científicos e sistemas complexos, com a finalidade de prever e comparar estratégias ou decisões alternativas. Para outros autores, PO é uma

abordagem científica para a tomada de decisões, a qual procura determinar como melhor projetar e operar um sistema, geralmente sob condições que requerem a alocação de recursos escassos. Atualmente o termo “ciência e tecnologia de decisão” também tem sido empregado para se referir à Pesquisa Operacional (Arenales, et al., 2007).

Em geral, a investigação dos problemas em PO é realizada através do desenvolvimento de um modelo matemático, o qual pode ser entendido como uma representação simplificada do problema real. De tal modo, abstraímos o mundo real considerado no problema, concentrando-nos apenas nas variáveis que controlam o comportamento do sistema real (Taha, 2006; Arenales, et al., 2007). O modelo deve ser suficientemente detalhado para captar os elementos principais do problema, mas suficientemente simplificado para permitir a resolução pelos métodos de solução. Para o modelo ser considerado válido, é necessário que a solução do modelo matemático seja coerente com o contexto original. É importante ressaltar que a solução do modelo apoia a tomada de decisão com base apenas na influência das variáveis principais e, em grande parte das vezes, há diversos fatores não quantificáveis que devem ser levados em consideração, por exemplo o comportamento humano. Portanto, os modelos não substituem os tomadores de decisão, mas servem como ferramenta de suporte (Arenales, et al., 2007).

A abordagem de resolução de um problema por PO tipicamente inclui as seguintes etapas:

- I. *Definição do problema:* O escopo do problema é determinado. Deve-se identificar três elementos principais do problema: descrição das alternativas de decisão, objetivo e limitações que o problema está inserido (Arenales, et al., 2007; Taha, 2006).
- II. *Construção do modelo:* Em seguida, tem-se a etapa de construção do modelo, a qual pode ser entendida como a tradução do problema em equações matemáticas, nesta etapa as relações matemáticas entre as variáveis que descrevem o problema são estabelecidas (Arenales, et al., 2007).
- III. *Solução do modelo:* A solução do modelo requer aplicação de técnicas matemáticas. Soluções viáveis são aquelas que satisfazem todas as



restrições. Soluções ótimas são aquelas que além de viáveis, resultam no valor máximo ou mínimo da função objetivo. Na etapa de solução também pode ser realizada a análise de sensibilidade, a qual tem o objetivo de obter informações adicionais sobre o comportamento da solução ótima quando alguns parâmetros são alterados (Taha, 2006; Arenales, et al., 2007).

- IV. *Validação do modelo:* É necessário então validar o modelo, isto é, confirmar que as conclusões retiradas do modelo têm significado suficiente para inferir conclusões e decisões sobre o problema real. Caso a validação tenha resultado negativo é necessário revisar o modelo matemático e então o ciclo é repetido. Caso a validação seja positiva as decisões inferidas podem ser implementadas no problema real (Arenales, et al., 2007)
- V. *Implementação da solução.* Ocorre a tradução dos resultados do modelo em conclusões ou decisões práticas, implementando a solução obtida pelo modelo no contexto real da organização (Rodrigues, 2014).

Muitos dos problemas para os quais se aplica PO são problemas de otimização, ou seja, problemas que têm como finalidade a determinação dos valores mínimos (ou máximos) de uma função, chamada função objetivo, considerando um conjunto de restrições. Uma forma geral de definir problemas de otimização é a seguinte:

$$\text{Min } f(x) \text{ sujeito a } x \in X \quad (1)$$

Na equação (1) tem-se que  $f(x)$  é a função objetivo e  $X$  é o conjunto de restrições que limitam a função objetivo (Arenales, et al., 2007).

A escolha do método matemático para solucionar o problema depende do tipo e complexidade do modelo matemático. Atualmente, a técnica mais utilizada é a programação linear a qual é aplicada nos casos em que o modelo tem restrições e função objetivo lineares. Outras técnicas comumente utilizadas são: a programação inteira, em casos que as variáveis assumem valores inteiros, a programação dinâmica, na qual o problema pode ser decomposto em subproblemas, a otimização em redes e a programação não linear. Na maior

parte das técnicas a solução é encontrada pelo uso de algoritmos iterativos, isto é, um conjunto de regras de cálculo que são aplicadas de forma cíclica e que após cada ciclo a solução se aproxima da solução ótima. Entretanto há casos que o modelo matemático é demasiadamente complexo para ser solucionado pelos algoritmos de otimização disponíveis, e então recorre-se a métodos que determinam soluções aproximadas (soluções subótimas) conhecidos como heurísticas (Taha, 2006).

Segundo Arenales et al. (2007), o crescimento do uso de heurísticas tem explicação na teoria da complexidade computacional a qual mostra que um grande número de problemas combinatórios é intratável. Uma vantagem do uso de heurísticas é a flexibilidade no tratamento de características de um problema, além disso pode-se obter mais de uma solução viável aumentando as possibilidades de decisão principalmente em casos que parte dos fatores são intangíveis. A desvantagem principal está em não haver garantia de otimalidade, nem mesmo de quão longe uma solução encontrada pode estar da solução ótima. Na prática, isto pode resultar em custos relativamente altos em relação aos custos ótimos.

### **2.1.1 Problemas clássicos da pesquisa operacional**

Segundo Arenales et al. (2007), dentre os problemas clássicos da pesquisa operacional encontram-se:

*-Problemas de mix de produção:* Dado um conjunto de possíveis produtos a serem produzidos com a limitação dos recursos e demanda, busca-se determinar o quanto produzir visando maximizar ou minimizar determinado objetivo. Como por exemplo, o lucro, a produtividade, o consumo de determinado insumo, entre outros.

*-Problemas de mistura:* Seleção de componentes, tipicamente matérias primas, para a produção de um produto com especificações pré-definidas (por exemplo: composição) visando minimizar o custo.

*-Problemas de dimensionamento de lotes:* Definição de quanto produzir e quanto estocar em cada período do horizonte do planejamento para minimizar o custo de produção, considerando o custo de estocagem, a capacidade, o custo de preparação e etc.

*-Problemas de corte de estoque:* Seleção de qual maneira cortar um volume ou área em volumes ou áreas menores, geralmente considera-se padrões de cortes e otimiza-se a seleção dentre tais padrões.

*-Problemas de programação da produção:* Programação das tarefas a serem executadas nas máquinas disponíveis maximizando o desempenho. Tais problemas têm como desafio a enorme variedade de ambientes de produção, bem como característica das tarefas e medidas de desempenho.

*-Problemas de balanceamento de linha de produção:* Dada a ordem lógica que as tarefas devem ser executadas e o tempo de ciclo de cada um, busca-se designar as tarefas às estações de modo a minimizar o tempo de ciclo ou o número de estações.

### **2.1.2 Problemas de logística**

Os problemas de logística apresentam grande importância no planejamento do transporte de pessoas e produtos. Segundo Arenales et al. (2007) tem-se como problemas fundamentais de logística:

*-Problemas de transporte:* Problemas em quais deseja-se minimizar o custo de transporte no envio dos produtos para seus destinos finais. Em suma, considera-se parâmetros como origem, destino, custo de transporte, unidades de produto disponíveis na origem, demanda de produto no destino com o objetivo de determinar qual o arranjo ótimo para envio dos produtos.

*-Problemas de transbordo:* O objetivo do problema é atender a demanda e minimizar os custos através da distribuição de produtos dos centros de produção para centros de distribuição e depois para os mercados consumidores. Tem-se como parâmetros as origens, os destinos finais, os pontos intermediários (centros de distribuição), custos de transporte, demanda, entre outros.

*-Problemas de roteamento de veículos:* Neste problema busca-se desenvolver rotas de entrega ou coleta para atender as demandas dos clientes obtendo um custo mínimo. O atendimento dos clientes é realizado por veículos com capacidade limitada, a qual não pode ser ultrapassada durante a rota. Os veículos tipicamente partem do(s) depósito(s) para os clientes contidos em sua rota e devem retornar em um tempo máximo pré-fixado. Em geral, cada cliente deve ser atendido por um único veículo (Cauchick, et al., 2011; Arenales, et al., 2007).

## **2.2 Pesquisa operacional na indústria aérea**

Desde sua concepção a PO vem sendo aplicada à indústria aérea, tendo sua origem como ferramenta para a análise dos dados dos radares e interceptação de aviões inimigos (Arenales, et al., 2007). Na década de 1950, conhecida como a era do jato, as companhias aéreas já utilizavam a PO para resolver seu planejamento complexo e problemas operacionais (Barnhart, et al., 2003). A partir de meados da década de 60, as companhias aéreas apresentaram um grande crescimento, resultando em modelos de grande porte e alta complexidade. Nesse contexto, a pesquisa operacional desempenhou um papel fundamental na transição de um produto que atendia a uma clientela de elite para uma indústria de serviços para as massas. Uma das consequências deste crescimento é o aumento da pressão para aumentar a rentabilidade, resultando em modelos mais "rigorosos" e com melhores metodologias de resolução. Nos últimos anos esta pressão foi intensificada, devido ao surgimento de companhias aéreas como a Southwest nos EUA e a Ryanair na Europa com baixas tarifas resultando em uma constante busca por manter um baixo custo por assento-milha. Conseqüentemente, os ganhos atrelados ao uso da PO se tornaram ainda mais importantes (Klabjan, 2003; Barnhart, et al., 2003).

Em 2002, a indústria do transporte aéreo proporcionou 28 milhões de trabalhos diretos, indiretos e induzidos em todo o mundo e é responsável pelo transporte de mais de 40% do comércio mundial de mercadorias, em valor (Barnhart, et al., 2003). Segundo a IATA, em 2016 é esperado que o transporte aéreo movimente cerca de 750 bilhões de dólares. Além disso, é esperado um crescimento de

6,9%, acima da média dos últimos 20 anos. Dentre as razões para o crescimento encontra-se o crescimento econômico e também a queda nos preços que tem atraído mais consumidores (IATA, 2015).

Atualmente, a PO é aplicada a problemas relacionados à segurança da aviação, planejamento de frota da linha aérea, planejamento da alocação da tripulação, planejamento de manutenção, carregamento de aeronaves, e gestão das operações aeroportuárias. Baseando-se em Kim ; Barnhart (2007), dentre os problemas abordados por PO pode-se destacar três grandes áreas que englobam grande parte dos problemas mencionados anteriormente: O planejamento da frota de aeronaves e tripulação, o planejamento de receita e planejamento de operações aeroportuárias.

Segundo Barnhart et al. (2003), apesar do progresso, há numerosos desafios a serem superados. Entre esses desafios estão: a integração do planejamento da tripulação e aeronaves, a inclusão da decisão da tarifa a ser cobrada por assento no planejamento de receita e o desenvolvimento de ferramentas de apoio à decisão rápidas para aumentar a segurança e eficiência das operações de transporte aéreo, aproveitando do conjunto de dados em tempo real em uma infraestrutura da aviação

### **2.2.1 O planejamento de horários, frota de aeronaves e tripulação**

O planejamento da frota de aeronaves e da tripulação é uma etapa presente na indústria como um todo e envolve a escolha desde o tipo de aeronave e tamanho da tripulação requerida, até quais aeronaves e tripulação específicas irão realizar determinado voo em determinado horário dado a demanda futura de modo a maximizar a rentabilidade da companhia aérea. Estes problemas são caracterizados por vários fatores complicantes, como uma ampla rede de voos, diferentes tipos de aeronaves, janelas de tempo nos aeroportos, restrições de controle do tráfego aéreo, toque de recolher de ruído, requisitos de manutenção, leis trabalhistas da tripulação, além do ambiente dinâmico em que demandas de passageiros são incertas e estratégias de preços são complexas. Até o momento, nenhum modelo de otimização único foi resolvido para abordar o

planejamento como um todo. Os problemas são solucionados através da decomposição do problema geral em um conjunto de subproblemas (Barnhart, et al., 2003).

Segundo Barnhart et al. (2003), os subproblemas mais comuns são:

- a) *Programação de voos*: A demanda é analisada e os horários de voo para melhor atendê-la são definidos.
- b) *Atribuição da frota*: Determinar qual o tamanho e tipo de aeronave deve ser atribuída para cada voo conforme a demanda e requisitos do mesmo.
- c) *Manutenção de aeronaves*: Determinar a rota da aeronave para garantir a satisfação dos requisitos de manutenção.
- d) *Programação de tripulação*: Determinar qual a tripulação deve ser atribuída para cada voo visando minimizar os custos de tripulação.

De modo geral, o primeiro nível de planejamento é o dimensionamento da frota e de funcionários, os quais geralmente estão conectados à missão da empresa e ao mercado que a mesma está inserida. Por exemplo a companhia americana Southwest tem um único tipo de frota e visa executar operações relativamente simples e eficientes. Nessa etapa, a companhia estabelece seu plano de serviço, que é o conjunto de serviços a operar num determinado mercado (Klabjan, 2003).

O plano de serviço geralmente é realizado cerca de um ano antes da data de início das operações. Ocorre então o escalonamento de voos, na qual fase uma programação de voos detalhada é construída, ou seja, determina-se os horários de partida e chegada dos voos. O horário de voo tem de obedecer a um conjunto de restrições operacionais, tais como o número de aeronaves e o tempo de preparação para um novo voo. Em seguida é realizada a atribuição de frotas, onde um tipo de equipamento/aeronave é atribuído a cada voo em função dos recursos disponíveis, tais como o número de aeronaves e planejamento de manutenção (Klabjan, 2003).

A capacidade de cada aeronave alocada para determinado voo é transmitida como dado de entrada para o sistema de reservas. Além da atribuição das frotas é necessário atribuir a tripulação, sendo que o objetivo da atribuição é minimizar os custos relativos a tripulação, considerando as restrições relacionadas com

obrigações contratuais, qualidade de vida e satisfação da tripulação, além de normas regulamentares e contratuais complexas (Klabjan, 2003).

O processo de programação da tripulação normalmente começa três meses antes do dia da operação e é constantemente atualizado até poucas semanas antes do dia das operações. A programação da tripulação final é então avaliada e potenciais melhorias podem ser realizadas, portanto a solução volta ao grupo de desenvolvimento de programação para possíveis ajustes menores (Klabjan, 2003).

No período de tempo que compreende algumas semanas antes do dia da operação, apenas pequenas alterações no planejamento podem ser realizadas. Para equiparar a demanda com capacidade, algumas companhias aéreas executam uma metodologia chamada agendamento dinâmico, onde a demanda impulsiona a expedição (Klabjan, 2003).

No dia da operação, o chamado dia de execução, pode ocorrer imprevistos e conseqüentemente mudanças no planejamento. As causas mais comuns de operações irregulares são o clima, a manutenção não programada, o congestionamento, a tripulação indisponível, problemas de segurança, etc. Quando uma operação irregular ocorre, primeiramente uma aeronave for realocada para realizar tal trajeto. Nesta etapa, além de mudança de itinerário da aeronave, as decisões sobre o novo horário dos voos e cancelamentos são feitas. Em seguida, é o processo de recuperação da tripulação, onde as tripulações são atribuídas a novos itinerários. Por último, ocorre o processo de realocação de passageiros, isto é, os passageiros são reencaminhados para itinerários alternativos (Klabjan, 2003).

### **2.2.2 Planejamento de receita**

O planejamento de receita visa otimizar o atendimento da demanda de cada voo dentro de sua capacidade e aumentar a receita total. Nota-se que mesmo após uma atribuição da frota e um agendamento de voos otimizados, algumas partidas de voos terão lugares vazios, enquanto outros vão experimentar uma demanda de passageiros maior que a capacidade. As companhias aéreas utilizam preços

diferenciados por assento e data de compra, portanto tem-se variedade de produtos tarifários em diferentes níveis de preços para o mesmo voo. O planejamento de receitas tem como objetivo determinar o número de lugares em cada voo que deve ser disponibilizado a cada nível de preços, limitando assentos com baixas tarifas, para garantir a existência de assentos para reservas mais próximas à data para passageiros que estejam dispostos à maior tarifa. A meta do planejamento de receitas é preencher cada voo com o máximo de receita possível para maximizar o lucro operacional (Barnhart, et al., 2003).

### **2.2.3 Aplicações em Infraestrutura da aviação**

As aplicações em infraestrutura da aviação derivam de seu complexo sistema, o qual consiste em dois elementos principais: os aeroportos e sistemas de gestão do tráfego aéreo (ATM). Os aeroportos podem ser subdivididos em instalações para uso aéreo (pistas, taxiways, etc.) e instalações para uso térreo. Já o sistema do tráfego aéreo é composto pelo controle de tráfego-aéreo tático (ATC) e pela gestão estratégica de fluxo de tráfego aéreo (ATFM). Um exemplo de aplicação da Pesquisa Operacional é o dimensionamento das pistas dos aeroportos, as quais são um dos recursos mais escassos do sistema de transporte aéreo internacional. Novas pistas necessitam de um alto investimento, grandes extensões de terra, geram impactos ambientais e necessitam análise complicada com resultados incertos, portanto são criados modelos analíticos e ferramentas de simulação para testar diferentes cenários e possíveis soluções para tal problema (Barnhart, et al., 2003).

### **2.2.4 Atribuição de Frota e Horários**

A atribuição de frota é a alocação das aeronaves para cada voo, e geralmente ocorre após a determinação dos horários dos voos. O objetivo é encontrar a atribuição ótima de forma a minimizar os custos através da seleção correta dos tipos de aeronaves para cada voo dentro da rede de voos pré-definida e com uma demanda que pode ser incerta (Barnhart, et al., 2003).



Segundo Barnhart et al. (2003), os custos podem ser divididos em:

(1) Custos operacionais: O custo de voar com determinado tipo de aeronave.

(2) Custos do derramamento: Receita perdida quando a demanda de passageiros para um voo é superior à capacidade de assentos da aeronave atribuído.

Deve-se considerar que cada tipo de aeronave tem a sua própria capacidade de assentos, portanto, a decisão do tipo de aeronave pode produzir baixo fator de ocupação, tornando os custos operacionais maiores que a receita, ou um possível derramamento de passageiros para os concorrentes se a demanda for maior do que a capacidade da aeronave atribuída, gerando um custo do derramamento elevado (Klabjan, 2003).

Após a atribuição do tipo de aeronave para cada voo, isto é, a atribuição da frota, é necessário determinar a rota de cada aeronave individualmente. O objetivo é definir rotas e/ou rotações, sendo que a rota é uma sequência de voos em que o destino do primeiro voo seja a origem do segundo voo, e assim por diante, e rotação é uma rota que se inicia e termina no mesmo local. As rotas não devem usar mais do que o número de aeronaves disponíveis e devem atender aos requisitos de manutenção de cada aeronave (Barnhart, et al., 2003).

Nota-se que a maioria das abordagens tradicionais propostas para problemas de planejamento de frota dependem da resolução do problema de forma isolada dos outros processos de programação da companhia aérea e admite hipóteses restritivas, tais como: considerar o cronograma igual todos os dias ou todas as semanas; e usar as previsões que apontam para demandas baseadas em voos em vez de demandas baseadas em itinerários (Hanif., et al., 2005)

Há duas tendências principais adotadas na modelagem da rede destes problemas: usando os arcos para representar conexões (redes de conexão), e usando os arcos para representar pernas de voo (redes do espaço-tempo). Em essência, estas duas construções são semelhantes, pois ambas contam com as seguintes restrições principais: (1) cada voo seja atribuído a exatamente um tipo de frota; (2) restrições de conservação do fluxo; e (3) restrições de disponibilidade de aeronaves, onde geralmente o número de aeronaves

disponíveis de cada tipo limita seu uso. No entanto, por causa das diferenças na interpretação de arcos nestas duas redes, as restrições matemáticas nas formulações resultantes são ligeiramente diferentes (Hanif., et al., 2005).

No caso das redes de conexão, como ilustrado na Figura 2, os nós representam os pontos de tempo quando os voos chegam ou partem e as variáveis de decisão são os arcos de conexão de voos representados pela variável binária  $x_{ijf}$  onde  $f$  é o tipo de frota e  $i$  e  $j$  são os pontos a serem conectados (Hanif., et al., 2005).

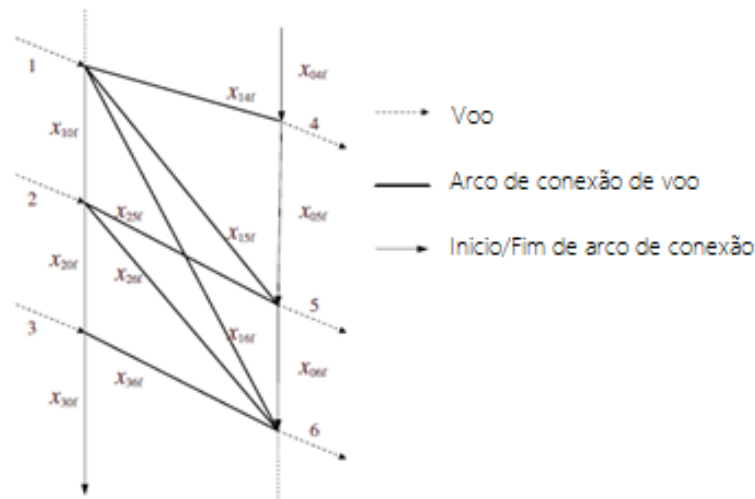


Figura 2- Representação da rede conexão. Fonte: (Hanif., et al., 2005)

No modelo de rede conexão, a função objetivo visa maximizar o lucro via a multiplicação da variável de decisão pelo lucro gerado pelo voo menos a perda devido ao custo de derramamento de passageiros. O modelo contém as seguintes restrições: voos subsequentes devem ser feitos por aeronaves da mesma frota, o fluxo de aeronaves deve ser mantido constante, um número de aeronaves deve retornar no final do dia a estações específicas para iniciar o dia seguinte, e a limitação dos assentos. Um dos problemas recorrentes é dificuldade de resolução computacional devido características dos modelos sendo assim em grande parte dos casos utiliza-se heurísticas em vez de soluções diretas (Hanif., et al., 2005)

Em contraste com a rede de conexões, a estrutura da rede de tempo-espaco tem como variáveis de decisão as pernas do voo, e o modelo permite determinar as conexões, desde que sejam viáveis dentro das restrições de tempo e espaço pré-estabelecidas. Isto proporciona uma maior liberdade para o estabelecimento

de conexões, e promove redução do número de variáveis de decisão porque o número de pernas de voo é muito menor do que o número de conexões possíveis. Uma linha do tempo de rede é associada com cada estação da rede, que consiste de uma série de nós de eventos que ocorrem sequencialmente ao longo do tempo. O tempo de chegada ou de partida das aeronaves é associado com o nó e para permitir que as conexões sejam viáveis é somado a este o tempo de preparo da aeronave para o próximo voo (Hanif., et al., 2005).

A rede de tempo-espço pode ser representada como ilustrado, na Figura 3, utilizando três tipos de arcos: *arcos térreos* representando as aeronaves paradas nas estações, *arcos de voo* representando as pernas dos voos e *arcos noturnos* que conectam o último evento do dia ao primeiro evento do dia seguinte. Na figura, os arcos verticais são arcos térreos, os arcos curvos são arcos noturnos e os arcos em pares (A<sub>1</sub>,A<sub>2</sub>) até (F<sub>1</sub>,F<sub>2</sub>) representam os voos das frotas do tipo 1 e 2 respectivamente (Hanif., et al., 2005).

O modelo tem como função objetivo minimizar os custos com a alocação das aeronaves, e como nos modelos mencionados anteriormente, contém as restrições de cobertura por um único tipo de aeronave por nó, fluxo balanceado e disponibilidade de aeronaves. Além destas há a restrição referente à linha do tempo e sequência dos eventos (Hanif., et al., 2005).

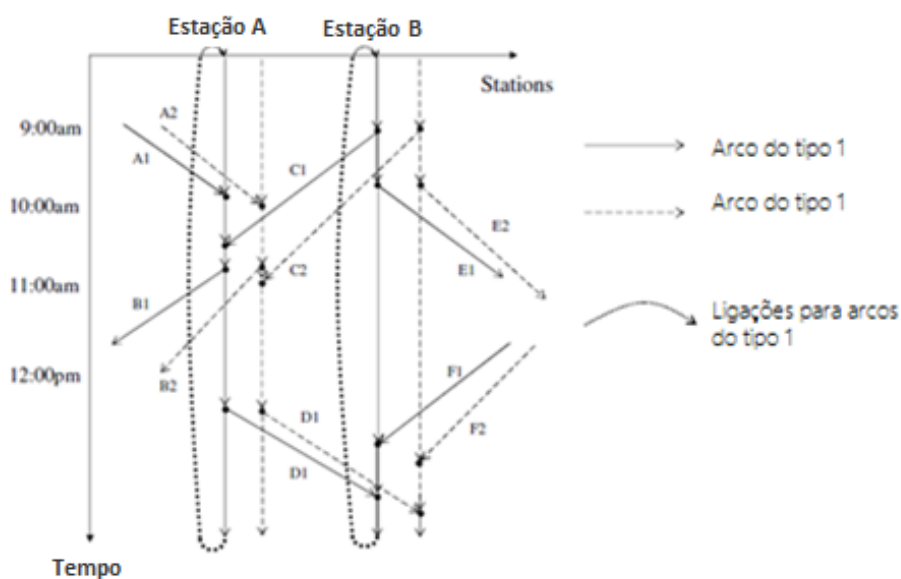


Figura 3- Representação da rede espaço- tempo. Fonte: (Hanif., et al., 2005).

O modelo básico de atribuição da frota, em inglês *fleet assignment model* (FAM) é um exemplo de modelo com estrutura rede de tempo-espço. Utilizam-se os seguintes dados de entrada: a lista de voos, que são dadas pelo destino / estação de origem e hora de partida / chegada, um conjunto de tipos de aeronaves, e o número correspondente de aeronaves para cada tipo. A função objetivo típica consiste no custo variável e fixo de operar um voo para um determinado tipo de aeronave e uma estimativa de receita potencial. Neste caso tem-se nós  $(u, i)$  para cada chegada ou partida no tempo na estação  $i$ . Se um evento corresponde a uma partida, então  $t_i$  é a hora de partida do voo. Se o evento corresponde a uma chegada, então  $t_i$  corresponde ao tempo de chegada mais o tempo mínimo para uma partida, o chamado tempo de virada (*turn around time*). Assume-se que as atividades ocorrem segundo a ordem  $t_1 < t_2 < t_3 < \dots < t_L$ , onde  $L$  é o número total de atividades na estação. Os voos são representados pelos arcos aéreos  $\{(u, i), (v, j)\}$  sendo  $u$  a origem no tempo  $t_i$  e  $v$  o destino no tempo  $t_j$ . O tempo que a aeronave gasta no solo na estação é representado pelos arcos térreos  $\{(u, i), (u, i+1)\}$  para cada estação  $u$  e tempo  $i$  (Klabjan, 2003).

O modelo utiliza dois tipos de variáveis:  $x$  que é a variável de atribuição de frota e  $y$  que é a variável dos arcos térreos. Para cada voo  $i$  e cada aeronave  $k$ , tem-se uma variável binária  $x_{ik}$ , a qual é 1 se uma aeronave do tipo  $k$  é designada para o voo  $i$  e 0 caso contrário. Para cada arco térreo  $g$  e para cada tipo de aeronave  $k$  define-se uma variável não negativa  $y_{gk}$  a qual conta o número de aeronaves  $k$  que estão no solo no intervalo de tempo  $g$ .

$$\min \sum_{i \in A} \sum_{k \in K} c_{ik} \cdot x_{ik} \quad (2)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ik} = 1 \quad i \in A \quad (3)$$

$$\sum_{i \in O(v)} x_{ik} - \sum_{i \in I(v)} x_{ik} + y_{o(v)k} - y_{i(v)k} = 0 \quad v \in V, k \in K \quad (4)$$

$$\sum_{g \in W} y_{gk} + \sum_{s \in S} x_{sk} \leq b_k \quad k \in K \quad (5)$$

$$y \geq 0, x \text{ é binario} \quad (6)$$

Onde:

$I(v)$ : É o conjunto de arcos de voo para o nó  $v$ .  
 $A$  = conjunto de todos os arcos de voo  
 $M$  = conjunto de voo no ar no tempo em questão  
 $K$  = conjunto de todas as frotas  
 $V$  = conjunto de nós  
 $O(v)$  = conjunto de arcos aéreos do nó  $v$   
 $i(v)$  = arco chão para nó  $v$   
 $b_k$  = número de aviões da frota  $k$   
 $o(v)$  = arco chão saindo do nó  $v$   
 $W$  = conjunto de arcos térreos no tempo em questão  
 $c_{ik}$  = custo da atribuição de frota  $k$  ao voo  $i$

A expressão (2) é a função objetivo e tem como objetivo minimizar o custo de atribuição da frota. As expressões (3), (4) e (5) são as restrições do modelo e tem a função de exigir que cada voo seja atribuído a apenas um tipo de aeronave, expressar a conservação do fluxo de aeronaves e assegurar que não são utilizadas mais aeronaves do que a frota contém. A expressão (6) tem como função garantir que as variáveis de decisão são binárias e conseqüentemente a alocação das aeronaves é sempre total ou nula. A maior desvantagem deste modelo é não consideração de itinerários com conexões no componente de receita da função objetivo, uma vez que a decisão da capacidade de um voo pode afetar os passageiros que utilizam este voo como escala. Portanto, o modelo deve ser aprimorado para considerar itinerários de passageiros com conexões (Klabjan, 2003).

O modelo de mix de passageiros (*passanger mix model*) inclui a determinação de quantos passageiros é necessário para um itinerário ser economicamente viável, dado um número fixo de assentos disponíveis. Seja  $P$  o conjunto de todos itinerários,  $f_p$  é o custo do itinerário  $p \in P$  e  $C_i$  é o número de assentos disponíveis no voo  $i$  e  $w_p$  é a variável de decisão que conta o número de passageiros reservados no itinerário  $p$ . Segue o modelo:

$$\min \sum_{p \in P} f_p \cdot w_p \quad (7)$$

(3), (4), (5), (6)

$$\sum_{p \in P} w_p \leq C_i \quad i \in R \quad (8)$$

$$W_p \leq D_p \quad p \in P \quad (9)$$

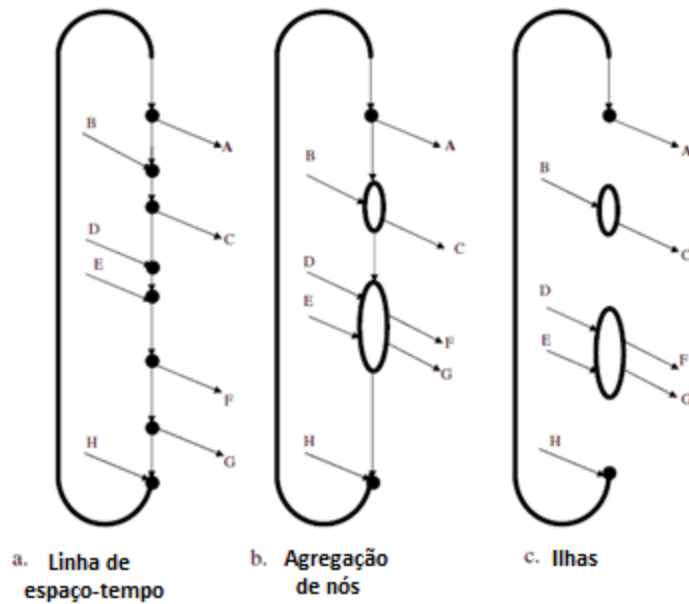
O modelo contém as restrições (3), (4), (5) e (6) exibidas anteriormente na descrição do modelo de atribuição de frota (FAM), as quais apresentam a mesma função também já mencionada, e as restrições (8) e (9) as quais determinam a capacidade de assentos e garante o atendimento da demanda respectivamente (Klabjan, 2003).

A combinação dos modelos: atribuição de frotas (FAM) com o mix de passageiros é chamado de atribuição de frotas por origem e destino (em inglês, *origin-destination fleet assignment model*). O modelo contém todas as restrições do mix de passageiros mencionadas acima com a adição da seguinte modificação na restrição (10):

$$\sum_{p \in P} w_p \leq \sum_{k \in K} C'_k \cdot x_{ik} \quad \forall i \in R \quad (10)$$

Onde,  $C'_k$  é a capacidade de assentos da aeronave  $k$ . Entretanto o modelo de atribuição de frotas por origem e destino não é facilmente solucionado como o FAM devido ao aumento do número de variáveis (Klabjan, 2003)

Assim, busca-se simplificar o modelo para facilitar sua solução. As chegadas e as partidas consecutivas podem compartilhar um único nó de tal modo que cada chegada a este nó único pode ser possivelmente conectada a qualquer saída neste nó. Este conceito promove uma simplificação do modelo e é chamada agregação por nó, representado na Figura 4. Outra possível simplificação é a remoção dos arcos térreos que não apresentam fluxo e, portanto, podem ser removidos sem afetar a rede. Esta simplificação é conhecida pela formação de ilhas na linha do tempo. Pode-se também eliminar as conexões perdidas, como dois voos que não conseguem se conectar, pois não há intervalo de tempo comum, portanto não formam uma rota viável (Hanif., et al., 2005).



- a. Rede tempo-espço original sem simplificações contendo 8 voos de A-H
- b. Rede tempo-espço com a agregação por nós
- c. Rede tempo-espço com a agregação por nós e exclusão dos arcos térreos não utilizados

*Figura 4- Redução da rede tempo-espço. Fonte: (Hanif., et al., 2005)*

Além da integração dos problemas do planejamento, segundo Barnhart et al. (2003), os problemas de atribuição de frota têm como futuros desafios: (1) A atribuição de frota considerando diferentes horários de voos durante a semana e aos finais de semana, (2) consideração de uma variação mais ampla da demanda, (3) consideração de variações nos tempos aéreos e térreos devido a congestionamento no solo e no ar e condições meteorológicas, (4) estimar custos específicos de derramamento de passageiros para os voos.

### **2.2.5 Modelos de integração de atribuição de frotas e horários e manutenção**

Todos os processos de planejamento da operação das companhias aéreas são interligados, entretanto são usualmente solucionados sequencialmente e não simultaneamente. Um dos principais inconvenientes em resolver estes problemas sequencialmente, e, portanto, separadamente, é que uma solução

ótima para um problema não é necessariamente ótima para todo o sistema, e pode até mesmo ser uma solução inviável para os processos subsequentes. Buscam-se então modelos integrados que consideram simultaneamente vários destes problemas, de modo a alcançar uma melhor solução para todo o sistema (Hanif., et al., 2005).

A manutenção das aeronaves é um importante fator a ser equacionado uma vez que sua realização é mandatória para o uso da aeronave. Os requisitos de manutenção variam com o país em questão. Por exemplo, nos Estados Unidos há quatro tipos de manutenção: Os A-checks são manutenções de rotina e são necessários após 65 horas de voo e um certo número de decolagem, tendo duração de 3-10 horas. Os B-checks são feitos uma vez em vários meses e incluem uma inspeção visual detalhada. E os checks C e D são realizados uma vez a cada no máximo 4 anos e demoram cerca de um mês. Adicionalmente, as manutenções só podem ser realizadas em estações específicas, as quais são tipicamente diferentes para cada tipo de aeronave. (Klabjan, 2003).

Diferentemente das rotas com destinos comuns, a manutenção é vista como uma rotação em estações de manutenção (Klabjan, 2003). Em geral, os problemas de roteamento de aeronaves considerando manutenção tem como variáveis de decisão uma sequência (strings) de trechos de voo, com cada sequência começando e terminando em estações de manutenção e satisfazendo as regras que regem o tempo máximo entre a manutenção (Barnhart, et al., 2003).

Clarke (1996) propôs a integração da programação da frota e horários com manutenções A as quais ocorrem a cada 65 horas de voo e tem duração curta, e manutenções B que ocorrem a cada 300-600 horas de voo e tem uma maior duração, com o planejamento de frota. Para isso dois tipos de arcos de manutenção foram criados, um para cada tipo de manutenção. As aeronaves que carecem de manutenção devem ter arcos de manutenção atribuídos entre as suas rotas. São construídas duas listas com informações como número de aeronaves requeridas, estações de manutenção e tempo de duração. Em casos que a aeronave chegue mais cedo do que o tempo necessário e a manutenção longa possa ser realizada dentro da janela de tempo pré-determinada, cria-se um arco *leapfrog* o qual sai do nó em questão e chega na mesma estação no tempo final da manutenção (Clarke, et al., 1996)



### **2.3 O mercado de transporte aéreo sob demanda**

O desenvolvimento dos jatos ultra leves (do inglês very light jets VLJ), jatos com o peso inferior a 1000 pounds, capacidade de até 5 passageiros e custo reduzido impulsionou o desenvolvimento do transporte aéreo sob demanda. Em serviços deste tipo o cliente entra em contato com a companhia alguns dias ou até mesmo horas antes e solicita um voo especificando aeroporto de partida e destino, dia e hora, e quantidade de passageiros. As vantagens do serviço incluem a maior flexibilidade de horários, a disponibilidade de aeroportos menos congestionados, além da eliminação dos problemas convencionais do transporte aéreo convencional como as filas para a inspeção de segurança, atrasos nos voos, perda de bagagem, entre outros (Espinoza, et al., 2016).

O mercado de transporte aéreo sob demanda de aeronaves pode ser segmentado em venda por assento, quando o passageiro compra um assento na aeronave e aceita a ocorrência de viagens em conjunto com outros passageiros, e por aeronave onde o avião é por definição exclusivo do passageiro durante a viagem. Outra segmentação existente é o modo operacional das companhias, existem companhias que operam sob demanda e companhias que operam sob semi-demanda. No primeiro caso não há restrição de rota, já no segundo a empresa só opera entre determinados aeroportos. Nota-se que ambas as segmentações são decisivas pois definem grande parte da complexidade do processo de planejamento de voos (Van der Zwan, et al., 2012; Espinoza, et al., 2016).

A competitividade do setor é fortemente baseada no preço tornando a otimização de seus processos vital pra sua competitividade. Há duas formas tradicionais da redução do custo: (I) Uso de aeronaves menores e com custo operacional reduzido (II) A otimização dos recursos existentes. Sendo a primeira definida na escolha da frota a ser utilizada e a segunda durante todo processo de programação de voos (Van der Zwan, et al., 2012).

O processo de agendamento dos voos é similar da indústria área como um todo, tem-se as seguintes etapas: programação de voo, atribuição da frota,

roteamento aeronaves, agendamento de tripulação. Entretanto, o planejamento para o transporte aéreo sob demanda tem uma natureza diferente do que a de companhias aéreas regulares. A principal razão é que companhias aéreas regulares definem seus planos de voo com antecedência, enquanto, os operadores de transporte aéreo sob demanda recebem as solicitações de voo apenas com alguns dias ou algumas horas de antecedência. Isto torna a demanda por voos imprevisível e não repetível. Na prática o conjunto de voos requeridos em uma semana dificilmente se repete nas seguintes. Nota-se que as empresas de transporte aéreo sob demanda têm a opção de rejeitar um pedido. A decisão de aceitação / rejeição depende de uma série de fatores, por exemplo, se é possível atender o pedido e também se vale a pena atendê-lo, tanto financeiramente e estrategicamente. Esta avaliação deve ser realizada com respeito à solicitação de voo em si, com relação a demanda esperada, e também a futura demanda do cliente e a imagem da companhia na visão dos clientes (Van der Zwan, et al., 2012)

Após o aceite da solicitação encontra-se a etapa de alocação de frota, entretanto muitas operadoras trabalham com frotas únicas tornando essa etapa menos crucial. Em seguida, inicia-se a etapa de roteamento das aeronaves, na qual é definida uma sequência de voos para cada aeronave. O objetivo desta etapa é assegurar que todas as solicitações dos clientes têm apenas uma aeronave alocada, a aeronave tem suas manutenções devidamente realizadas e que a tripulação é alocada dentro das regulamentações da mesma. Como os locais de partida dos voos são determinados pelos clientes é usual que a aeronave não esteja disponível no aeroporto requerido, nesses casos é necessário reposicionar a aeronave (Yao, et al., 2008; Van der Zwan, et al., 2012).

Segundo Yao Y. et al. (2008), cerca de 35% dos voos conduzidos por companhias de transporte sob demanda são voos de reposicionamento, sendo que os clientes pagam apenas pelo voo de fato utilizado pelo passageiro. Neste contexto, a minimização dos voos de reposicionamento, tanto em duração como em número, é ponto chave para a redução do custo operacional. No caso das companhias com venda por assento há um desafio adicional durante a fase de roteamento das aeronaves. Além de planejar para que todos os pedidos de clientes sejam servidos, solicitações de clientes devem ser cruzadas sempre que

possível de modo que os clientes possam ser atribuídos a uma mesma aeronave, obtendo assim um fator de carga suficientemente alta para continuar a ser rentável (Van der Zwan, et al., 2012)

Além do desafio intrínseco do roteamento das aeronaves tem-se o agravante de que demanda é essencialmente incerta durante o processo. Três dias antes do processo 25-40% da demanda é desconhecida, 10-20% no segundo dia e 5% no dia anterior. Isto é, aproximadamente 80% das solicitações são realizadas 48 horas ou mais antes da partida do voo solicitado, e 20% com até 4 horas de antecedência. Para ilustrar a complexidade da operação, segundo dados de 2008, a companhia DayJet previa expandir sua operação para 300 jatos em dois anos, isso significa 3000 solicitações diárias para serem incluídas na programação. Dado que 5% da demanda é desconhecida 24 horas antes, tem-se que cerca de 150 solicitações deveram ser incluídas na programação do dia seguinte todos os dias (Espinoza, et al., 2016). Por outro lado, o roteamento das aeronaves depende de diversos fatores externos, como reserva dos aeroportos, disponibilidade de tripulação e agendamento de manutenção das aeronaves, os quais necessitam ser agendados com no mínimo 24 horas de antecedência (Van der Zwan, et al., 2012).

Sendo assim, é necessário que o roteamento seja dinâmico o suficiente para permitir as mudanças de demanda e robusto para a alocação dos recursos externos. A robustez significa dar capacidade ao cronograma para se recuperar de alterações imprevistas no abastecimento (por exemplo número de aeronaves disponível baixo) ou outras interrupções (por exemplo, condições meteorológicas adversas). No entanto, uma programação robusta requer um cronograma com folga para assegurar a existência de aeronaves, conseqüentemente haverá aeronaves paradas, deste modo um maior custo. Finalmente, a programação precisa atingir um nível de serviço mínimo. Isto significa, a decisão de aceitar ou rejeitar solicitações de vôo, deve considerar não apenas a otimização da rota das aeronaves mas também a perpetuação de seus clientes (Van der Zwan, et al., 2012)

### **2.3.1 Roteamento de aeronaves na indústria de transporte aéreo sob demanda**

Um importante parâmetro do roteamento de aeronaves das companhias de transporte aéreo sob demanda é o horizonte de tempo considerado, dado que a demanda é parcialmente incerta mesmo 24 horas antes. O horizonte de tempo utilizado determina o tamanho, complexidade e nível de otimização dos problemas de planejamento. Por exemplo, se um horizonte de 24 horas for escolhido o sistema de roteamento da aeronave vai encontrar um ótimo para esse dia, mas os locais finais das aeronaves, não serão otimizados para o início do dia seguinte. Teoricamente, quanto mais dias que estão incluídos no horizonte de planejamento, mais próxima a solução obtida será um ótimo global. No entanto, devido à complexidade computacional e a incerteza da procura, há um limite para o número de dias em que pode ser incorporado no horizonte de planejamento. Segundo a literatura, o planejamento com um horizonte de tempo superior a 72 horas é altamente especulativo (Van der Zwan, et al., 2012).

Além das informações intrínsecas da solicitação do voo, isto é, aeroporto de saída, aeroporto de chegada, horário e dia também é necessário o status de todas as aeronaves da frota, o aeroporto em que cada aeronave se encontra, o custo por quilometragem percorrida e manutenções programadas de cada aeronave. O objetivo primário do roteamento é a minimização do custo total da operação. Nota-se que apenas os custos operacionais controlados pelo sistema de roteamento da aeronave são considerados, os custos variáveis como por exemplo custos relacionados a taxas aeroportuárias relacionadas, taxas de serviço de tráfego aéreo, combustível e tripulação não são considerados. Como objetivos secundários tem-se a robustez e flexibilidade do sistema, entretanto não é viável a otimização de todos os objetivos simultaneamente (Van der Zwan, et al., 2012)

### **3 CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA E MODELAGEM MATEMÁTICA**

Neste capítulo descreve-se o contexto do problema que o presente estudo visa solucionar, bem como detalha-se o modo com que os dados foram fornecidos pela empresa e analisados no estudo. Por fim, propõe-se um modelo matemático que formula o problema em estudo e contempla as características da empresa.

#### **3.1 O problema de otimização da alocação e roteamento de aeronaves no transporte aéreo sob demanda**

O estudo em questão foi desenvolvido dentro do contexto de uma empresa de médio porte que atua no setor de transporte aéreo sob demanda, de acordo com a seguinte dinâmica: Primeiro o cliente solicita uma aeronave, geralmente especificada por sua frota, para realizar um voo em um horário e entre aeroportos específicos. Em seguida, é necessário alocar as aeronaves de acordo com o requerido pelos clientes respeitando-se: a origem e destino do voo, o horário de saída e o tipo de aeronave. Ressalta-se que anteriormente a este trabalho a empresa não utilizava nenhuma ferramenta computacional de suporte à decisão para o processo de alocação de aeronaves às solicitações. O roteamento era realizado por um conjunto de pessoas que analisava as possíveis combinações e gerava a solução. Segundo a empresa, tal processo se mostrava oneroso e ineficiente.

O presente trabalho tem como objetivo desenvolver um modelo para a otimização da alocação das aeronaves da companhia, considerando que a alocação ótima das aeronaves é avaliada pelo custo de reposicionamento global, que pode ser entendido como a soma do custo de transporte das aeronaves sem passageiros entre os aeroportos que as aeronaves se encontram até o aeroporto onde são requeridas. Esta alocação deve ser realizada baseada nos seguintes dados:

Aeronaves disponíveis (tipo, localização, margem de lucro, tempo de viagem entre aeroportos, tempo de preparação);

Voos requeridos (horário de partida, tipo de aeronave, origem e destino).

O método de solução desenvolvido deve permitir que após o recebimento de pedido, o usuário registre o pedido e que o modelo rapidamente resolva e determine a solução ótima. Também é esperado que o método seja capaz de otimizar as alocações com a adição dos novos pedidos, incluindo a realocação de aeronaves previamente alocadas.

Por fim, o modelo deve ser capaz de fornecer uma lista com a programação ótima das aeronaves para o horizonte de tempo requerido. A lista deve conter a identificação das aeronaves e os conjuntos de voos que cada aeronave está alocada. Nota-se que essa lista é passível de mudanças tanto pela ação humana quanto pela adição de novos pedidos.

### **3.1.1 Exemplo**

Para a melhor compreensão do contexto que o estudo em questão se encontra, a Figura 5 ilustra uma situação semelhante, porém simplificada, à encontrada neste estudo. Inicialmente há uma lista de pedidos de clientes especificando a origem, o destino e o horário que desejam realizar o voo. No momento inicial (Segunda-feira, 6:00AM) as aeronaves estão localizadas na última estação de sua rota do dia anterior. Deve-se atentar ao fato de que há casos onde não há aeronaves disponíveis em todos os aeroportos requeridos pelos clientes, portanto é necessário transferir aeronaves a outros aeroportos para atender tais pedidos como ilustrado na Figura 6.

A alocação das aeronaves pode ser realizada de inúmeras maneiras, o desafio é determinar a combinação ótima das alocações das aeronaves de forma a minimizar o custo da operação. Por exemplo, qual a melhor alocação: transferir aeronave 2 de Madrid para Lisboa de modo a atender o pedido Lisboa-Berlim e transferir a aeronave 3 de Roma para o voo Madrid- Berlim, ou alocar a aeronave 2 no voo Madrid-Berlim e transferir somente a aeronave 3 de Roma para Lisboa. Na prática, podem haver centenas, milhares ou milhões de combinações possíveis dependendo do tamanho da frota e do número dos pedidos.

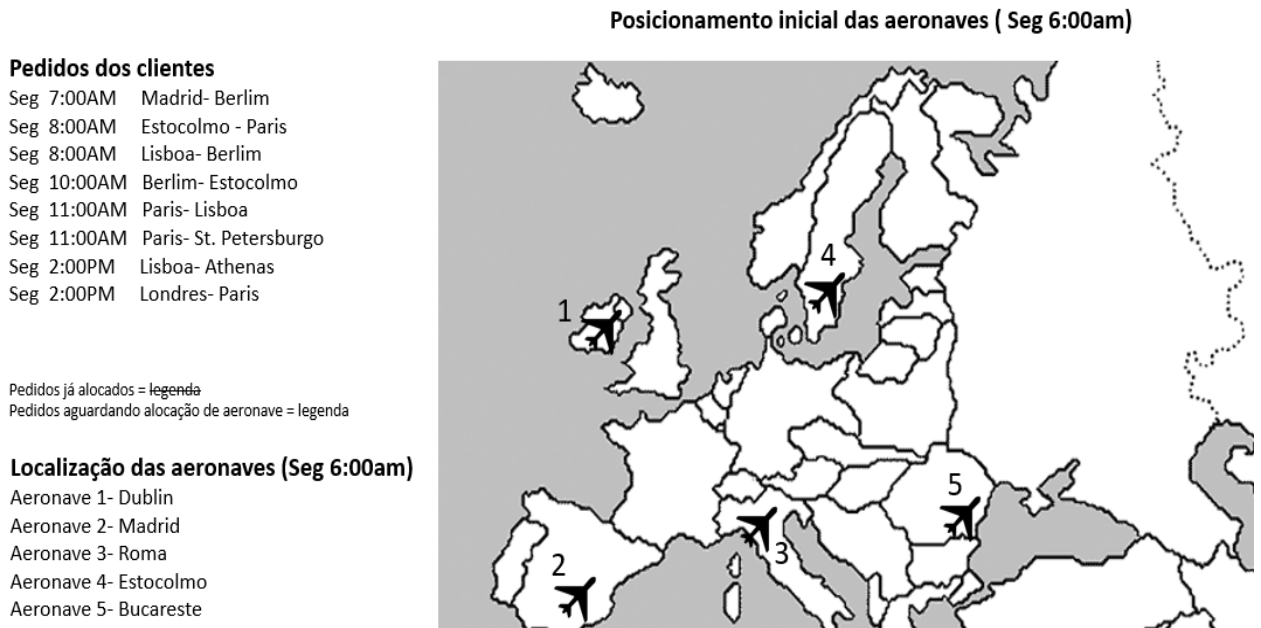


Figura 5 - Posicionamento inicial das aeronaves. (Fonte:Elaborada pela autora)

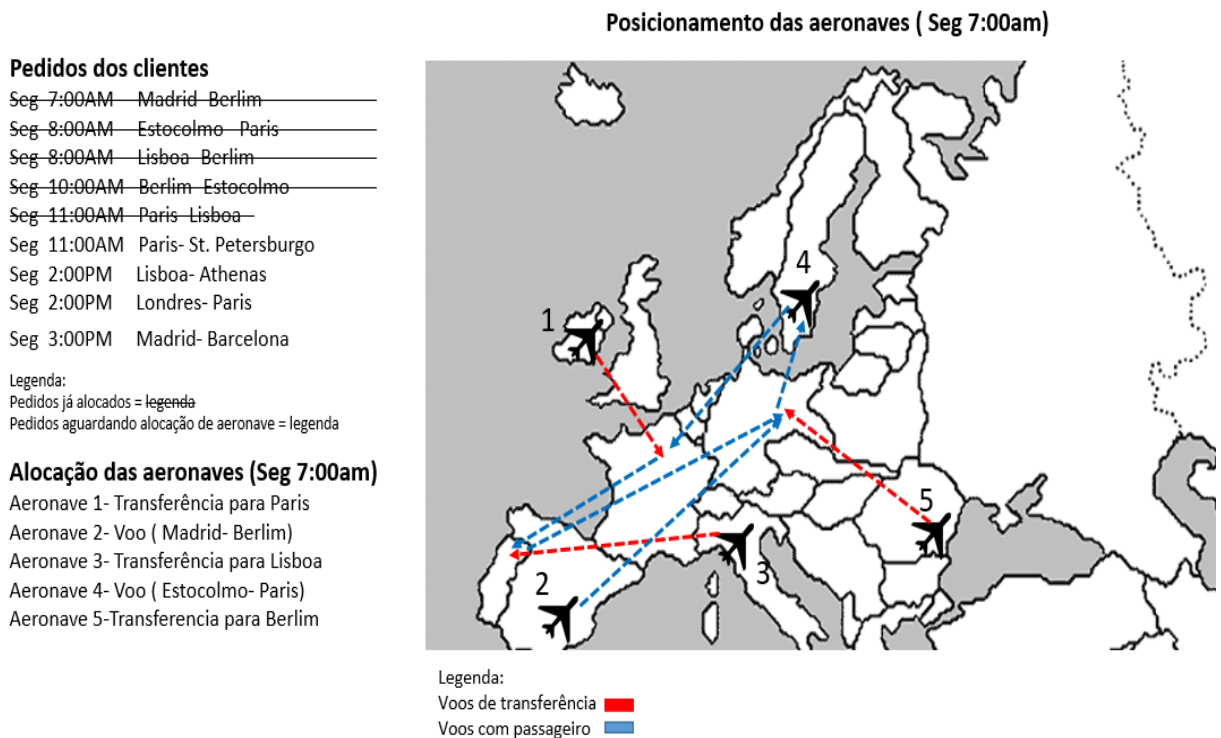


Figura 6 - Posicionamento das aeronaves para atendimento dos pedidos dos clientes. (Fonte: Elaborada pela autora)

A Figura 7 ilustra a rota completa de uma aeronave, destacando-se os voos de transferência (reposicionamento) e com passageiros.

### Rota da aeronave 1 – ( Seg 7:00AM – 10:00PM)

#### Alocação da aeronave 1

( Seg 7:00AM- 10:00PM)

- 1 Voo: transferência para Paris
- 2 Voo Seg 11:00AM – Paris - Lisboa
- 3 Voo Seg 2:00AM - Lisboa - Athenas
- 4 Voo: transferência para Roma
- 5 Voo Seg 6:00AM – Roma - Berlim
- 6 Voo Seg 8:00PM – Berlim - St. Petersburgo

Legenda:  
Voos de transferência █  
Voos com passageiro █



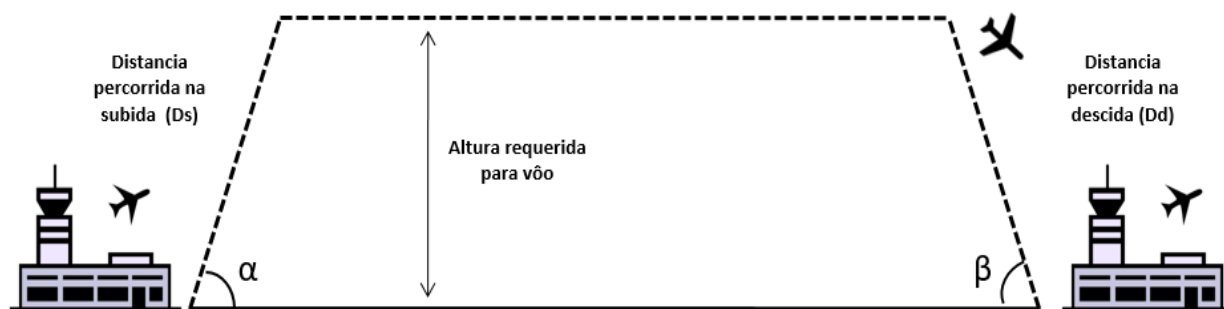
Figura 7 - Exemplo de rota para a aeronave 1. (Fonte: Elaborada pela autora)

### 3.2 Análise de dados

A empresa forneceu os dados do histórico de alocações de suas aeronaves em um período de na média dez dias por mês, nos meses de Maio, Março, Abril, Outubro e Novembro de 2014. Os dados foram entregues no formato de planilhas eletrônicas organizados da seguinte forma: Na primeira coluna tem-se o *ID* do voo, que é uma sequência numérica de 4-6 dígitos que identifica o voo. Na coluna seguinte tem-se o *tail number*, que tipicamente tem o formato XX-YYY ou X0-YYY, e funciona como identificador das aeronaves tanto para a companhia como para os aeroportos. Na segunda e terceira colunas é identificado o aeroporto de saída (departure airport) e o aeroporto de chegada (arrival airport). Na quarta coluna é apresentada a data e horário de saída do avião (off block time), o qual é determinado como o momento em que o avião está pronto para decolar, na quinta coluna tem-se o horário de chegada (on block time) que é quando o avião de fato está parado no *gate* de saída. Por fim, na última coluna apresenta-se o tipo de voo: Manutenção, transferência, ou comercial. No contexto deste estudo visa-se minimizar os voos de transferência.



Além dos dados mencionados acima, a empresa forneceu uma lista de todos os seus aviões com a identificação de seu *tail number* e frota/modelo da aeronave. Há os seguintes tipos diferentes de frota/modelo: Learjet60XR, Challenger604, Challenger605, Challenger850, Global XRS/6000 e Global 5000, totalizando em trinta e quatro aeronaves. Também foi fornecida uma lista dos aeroportos em que a companhia atua, no total 939 aeroportos, contendo o nome da cidade, o nome do aeroporto, o país em que está situado, altitude em relação ao nível do mar e a localização em coordenadas geográficas. O tempo de voo entre um aeroporto e outro é um parâmetro de suma importância para a análise, considerando o tempo necessário de subida da aeronave até a altitude necessária, o tempo de voo e o tempo de descida da aeronave até o aeroporto final, como ilustrado na Figura 8. Nota-se, portanto, que o tempo de voo é função da distância dos aeroportos e das condições de decolagem e pouso. Esse valor pode ser estimado de forma satisfatória por meio de um algoritmo conhecido como Great Circle.



*Figura 8 - Representação gráfica do cálculo de distância de voo. (Fonte: Elaborada pela autora)*

Segundo diversos autores e a empresa, o planejamento das aeronaves deve ser feito para o período de 72 horas. Dessa forma a solução deve ser capaz de processar os dados referentes aos pedidos de 72 horas e determinar a alocação ótima das aeronaves para o período em tempo hábil para dar suporte a tomada de decisão.

Na análise dos dados, constatou-se que a demanda diária de voos dentro do período dos dados fornecidos pela empresa é crescente, como observa-se na Figura 9, com uma taxa de crescimento mensal de cerca de 4%, tendo o ápice

no mês de outubro onde a média de voos diários é de 30, sendo destes 11 de reposicionamento, 6 de manutenção e 13 comerciais. Assumindo a média de voos por dia do mês de outubro conclui-se que a ferramenta deve ser capaz de processar 90 voos de uma vez.

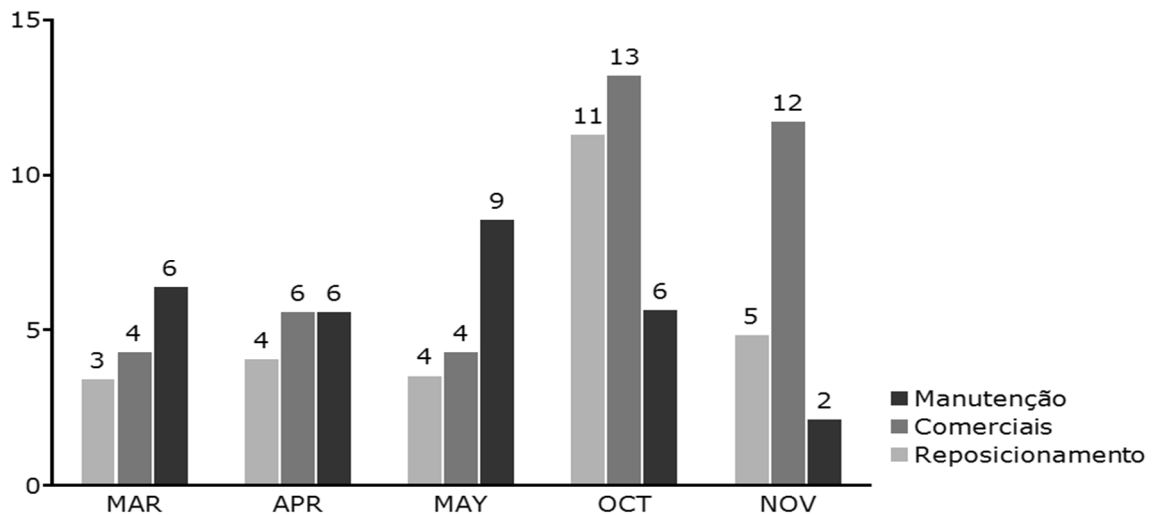


Figura 9- Ocorrência de voos média por dia e por tipo de voo nos meses contidos nos dados. (Fonte: Elaborada pela autora)

Também foi possível observar que os voos de reposicionamento representam em média 25% do total de voos realizados, como ilustrado na Figura 10. Tal porcentagem está abaixo da média do setor segundo Yao Y. et al. (2008), entretanto acredita-se haver espaço para otimização do mesmo.

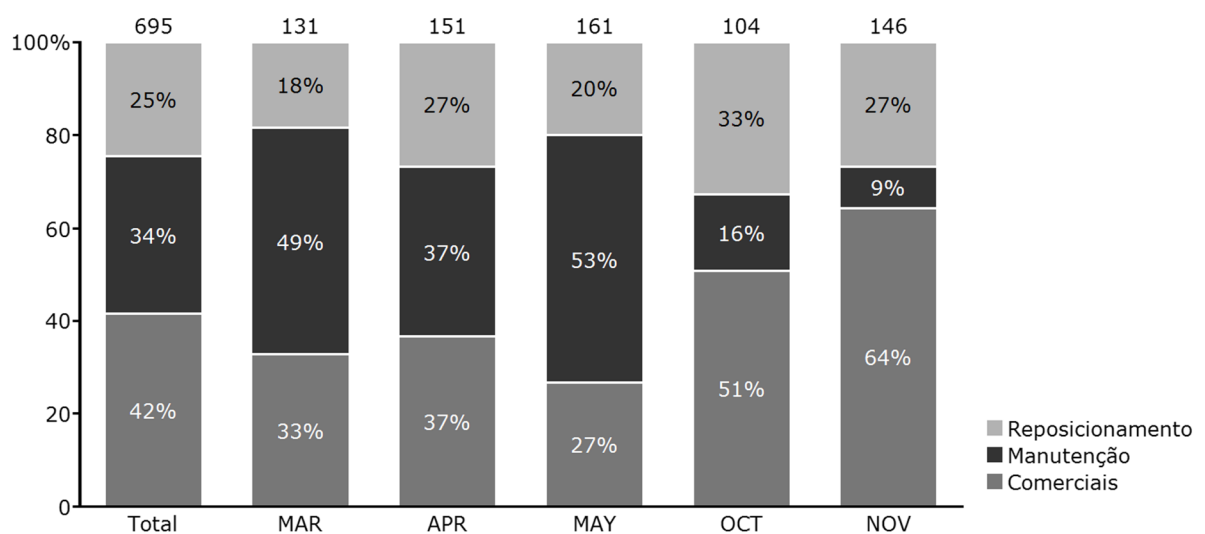
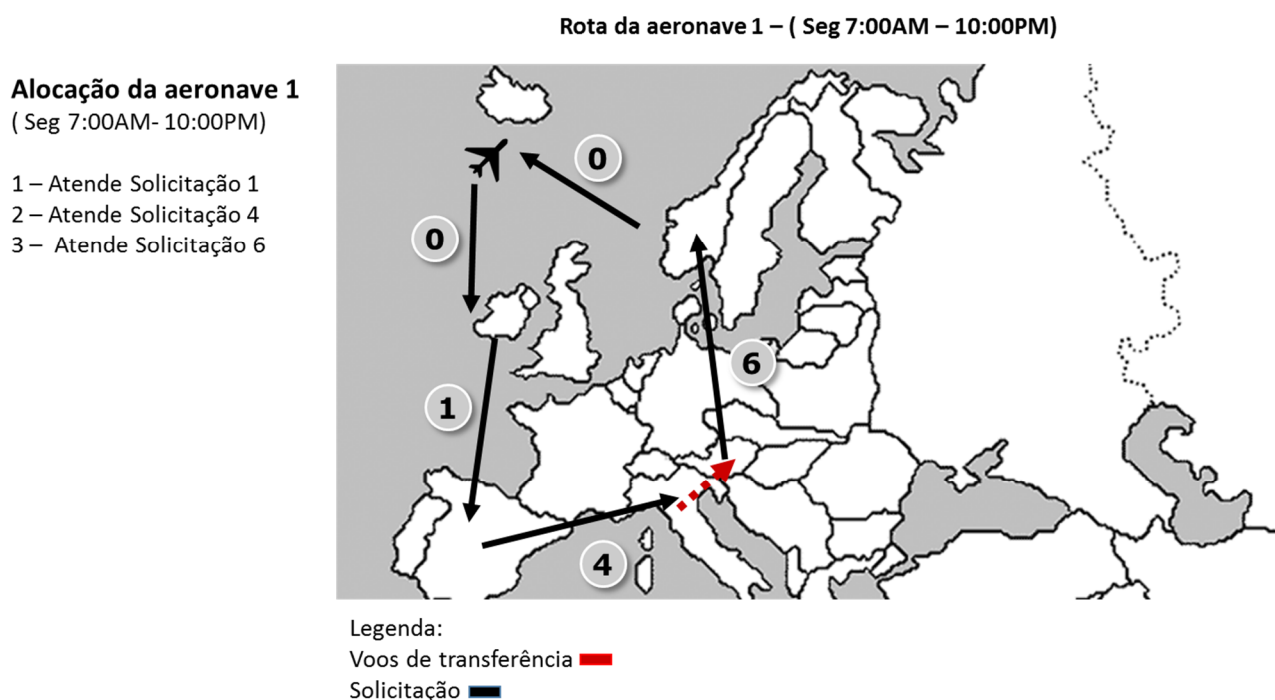


Figura 10 – Distribuição por tipo de voo dos dados históricos fornecidos pela companhia (Fonte: Dados da companhia; análise autor)

### 3.3 Modelo proposto

Como já mencionado, o intuito do modelo é minimizar o custo operacional do processo de alocação/roteamento das aeronaves através da otimização do mesmo. No modelo proposto, o problema é representado por uma rede, cujos nós correspondem às solicitações de voos, ilustrada na *Figura 11*, ao invés de corresponder a aeroportos como em outros trabalhos mencionados na revisão da literatura. A principal motivação para o roteamento das aeronaves por solicitações é a redução das variáveis de escolha do modelo, e consequentemente a diminuição do esforço computacional requerido e aumento da velocidade de solução do mesmo.



*Figura 11 – Representação de rede de solicitações ( Fonte: Elaborada pela autora)*

As aeronaves devem iniciar o roteamento no aeroporto que as mesmas se encontram no momento de início das solicitações presentes. O modelo foi desenvolvido de forma que as aeronaves iniciam em um depósito virtual e no momento  $w_s = 0$  as aeronaves são alocadas a uma solicitação com custo zero para o aeroporto que se encontram no momento de início do roteamento. Do

ponto de vista prático do modelo, o deslocamento das aeronaves entre o depósito até o aeroporto inicial e do aeroporto final até o depósito é realizado através da solicitação 0 existente para todas as aeronaves. Tal procedimento foi ilustrado na Figura 12.

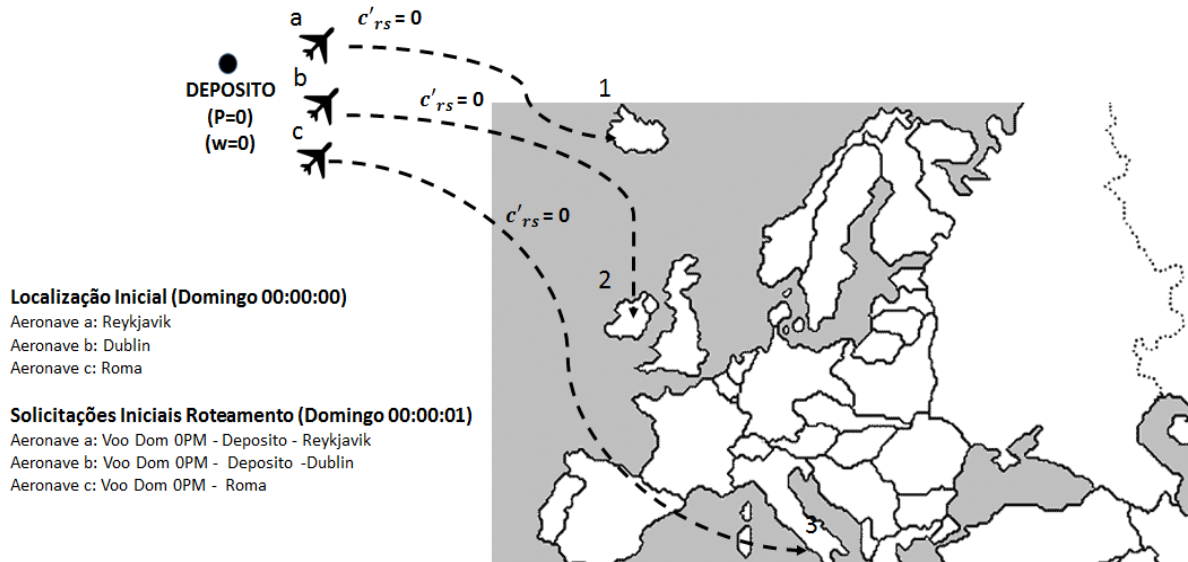


Figura 12– Alocação inicial das aeronaves. (Fonte: Elaborada pela autora)

Os seguintes conjuntos são utilizados para a definição do modelo:

$V = \{1, \dots, N\}$ : conjunto de aeronaves

$R = \{1 \dots R\}$ : conjunto de solicitações de voo

$K = \{1 \dots K\}$ : conjunto de aeroportos

$P = \{1 \dots P\}$ : conjunto dos tipos de aeronaves existentes na companhia

A partir destes conjuntos define-se os seguintes parâmetros:

$T_{ij}$ : tempo de viagem entre o aeroporto  $i$  e  $j$ ;

$TAT_k^r$ : tempo necessário para a aeronave estar pronta para a realização de um novo voo após a solicitação  $r$ , no aeroporto  $k$ ;

$ST_r \in R$ : horário de início de uma solicitação de voo  $r$ , para todo  $r \in R$ ;

$\alpha_r$ : atraso ou adiantamento máximo permitido para iniciar uma solicitação de voo;

$j_r \in V$ : aeroporto de destino da solicitação  $r$ , para todo  $r \in R$ ;

$p_r \in P$ : modelo da aeronave especificado na solicitação  $r \in R$

$D_{ij}$ : distância entre o aeroporto  $K_i$  e  $K_j$ ;

$C_{ij}$ : custo de deslocamento entre os aeroportos  $K_i$  e  $K_j$ ;

A função objetivo, exemplificada na equação 11, é composta pela variável de decisão da alocação da aeronave, isto é a variável que determina que determinada aeronave será alocada à solicitação (ou voo), vezes o custo relacionado ao deslocamento em questão.

$$\text{Min } [Custo \text{ de deslocamento } (a, b) * [Variavel \text{ de alocação } (v, a, b)] \quad (11)$$

Onde;

$V$  = Aeronave

$a$  = Origem

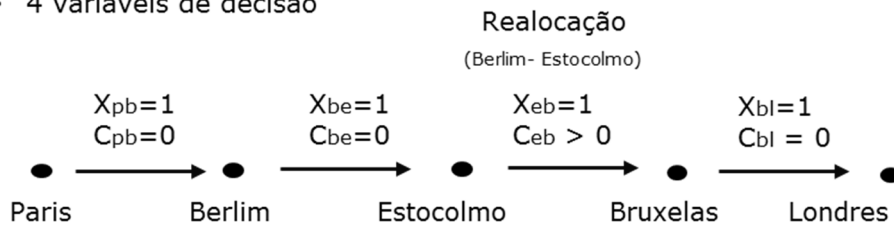
$b$  = Destino

Na alocação por cidades o custo do deslocamento seria calculado como o custo de deslocamento entre duas cidades  $i$  e  $j$ , o qual é nulo quando o voo é uma solicitação e não nulo quando o voo é uma realocação/reposicionamento. Este raciocínio advém do fato que o custo referente aos voos solicitados por clientes já está diretamente incluído do preço pago pelo serviço, enquanto o custo de reposicionamento não. Na alocação por solicitações o custo do deslocamento é calculado como o custo de deslocamento entre as solicitações  $(r, s)$ , sendo igual ao custo da cidade final da primeira solicitação ( $r_j$ ) e a cidade inicial da segunda solicitação ( $s_i$ ).

Na Figura 13, observa-se um exemplo onde há três solicitações alocadas para uma aeronave. Na alocação convencional por cidades é definido que a aeronave irá de Paris para Berlim (atendendo à solicitação 1), em seguida irá de Berlim para Estocolmo (atendendo à solicitação 2) depois irá de Estocolmo para Bruxelas (Voo de realocação) e por fim irá de Bruxelas para Londres (atendendo à solicitação 3). Nota-se que o único custo diferente de zero é o deslocamento entre Estocolmo e Bruxelas. Na alocação por pedido é definido que a aeronave atenderá a solicitação 1 em seguida a solicitação 2 e por fim, a solicitação 3. Vale ressaltar que o único custo considerado é o custo entre a solicitação 2 e 3 que é igual ao deslocamento entre Estocolmo e Bruxelas.

- **Alocação por cidades**

- 4 variáveis de decisão



Função objetivo:

$$= \sum X_{ij} * C_{ij}$$

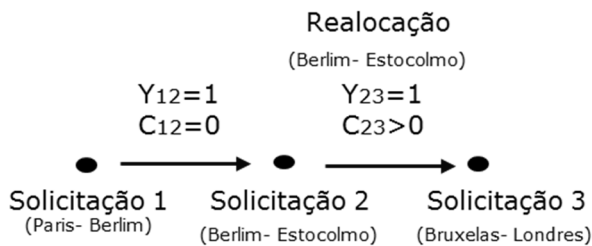
$$= (X_{pb} * C_{pb}) + (X_{be} * C_{be}) + (X_{eb} * C_{eb}) + (X_{bl} * C_{bl})$$

$$= (X_{pb} * \cancel{C_{pb}}) + (X_{be} * \cancel{C_{be}}) + (X_{eb} * \cancel{C_{eb}}) + (X_{bl} * \cancel{C_{bl}})$$

$$= (X_{eb} * C_{eb}) = (1 * C_{eb}) = \mathbf{C_{eb} = C_{23}}$$

- **Alocação por solicitação**

- 2 variáveis de decisão



Função Objetivo:

$$= \sum Y_{rs} * C_{rjs_i}$$

$$=(Y_{12} * C_{12}) + (Y_{23} * C_{23})$$

$$=(Y_{12} * \cancel{C_{12}}) + (Y_{23} * C_{23})$$

$$=(Y_{23} * C_{23}) = (1 * C_{23}) = \mathbf{C_{23} = C_{eb}}$$

*Figura 13- Comparação de alocação por cidades e alocação por pedidos  
(Fonte: Elaborada pela autora)*

No modelo proposto, a função objetivo é definida usando-se o custo de transferência/realocação do aeroporto final da solicitação  $r \in R$  até o aeroporto inicial da solicitação  $s \in R$  para todas as aeronaves contidas em  $v \in V$ , denotado por  $C_{rsv}$ . A variável de alocação das aeronaves  $y_{rsv}$  é binária e assume o valor 1 se a aeronave  $v \in V$  atender o pedido  $r \in R$  e sequencialmente o pedido  $s \in R$ , caso contrário assume o valor 0. Matematicamente, a função objetivo é definida como:

$$\text{Min } \sum_{v \in V} \sum_{\substack{s \in S \\ s > 0}} \sum_{\substack{r \in R \\ r \neq s}} C_{rs} * y_{rsv} \quad (12)$$

Do ponto de vista do funcionamento do modelo, o coeficiente  $C_{rs}$  é nulo no caso onde não há necessidade de reposicionamento, enquanto que nas situações onde há necessidade de reposicionamento o custo é calculado como sendo o custo por tempo de viagem entre o aeroporto final da primeira solicitação e o aeroporto inicial da solicitação subsequente.

O modelo é composto pelas restrições descritas na sequência. A Equação 13 impõe a alocação de exatamente uma aeronave por solicitação.

$$\sum_{v \in V} \sum_{\substack{s \in R \\ s \neq r}} y_{vrs} = 1 \quad \forall r \in R, r > 0 \quad (13)$$

Se uma dada aeronave  $v$  atende uma solicitação  $r$ , então essa mesma aeronave deve atender outra requisição  $s$  em seguida, garantindo assim o fluxo correto da aeronave pela rede de solicitações. Tal condição é garantida através da equação 14:

$$\sum_{\substack{s \in R \\ h \neq r}} y_{vhr} = \sum_{\substack{s \in R \\ s \neq h}} y_{vrh} \quad \forall v \in V, r > 0 \quad (14)$$

Além disso, é necessário garantir que nenhuma outra solicitação seja atendida no mesmo instante de tempo pela mesma aeronave. A variável  $w_r$  representa o instante em que a solicitação  $r \in R$  começa a ser atendida. A contagem temporal do modelo é iniciada em 0 e é contada em minutos até o final do horizonte de tempo. Garante-se que não haja sobreposição de solicitações no tempo através das seguintes equações:

$$w_s \geq w_r + T_{i_r j_r}^{pr} + TAT_{j_r}^s + T_{i_r j_s}^{ps} + TAT_{j_s}^s + M_{rs} (\sum_{v \in V} y_{vrs} - 1) \quad r \neq s, s > 0, j_r \neq i_s \quad (15)$$

$$w_s \geq w_r + T_{i_r j_r}^{pr} + TAT_{i_s}^s + M_{rs} (\sum_{v \in V} y_{vrs} - 1) \quad \forall r \in R, \forall s \in R, r \neq s, j_r = i_s \quad (16)$$

Onde  $M_{rs}$  é um parâmetro que deve ser escolhido suficientemente grande.

Na Equação 15, tem-se que caso as solicitações  $r$  e  $s$  sejam atendidas sequencialmente pela mesma aeronave, então o instante que a solicitação  $s$  tem

início ( $w_s$ ) deve ser maior do que o instante no tempo que a solicitação  $r$  é iniciada ( $w_r$ ) mais o tempo gasto para a execução da solicitação  $r$  ( $T_{i_r j_r}^{D_r}$ ), somado ao tempo de preparação para o voo de reposicionamento ( $TAT_{j_s}^S$ ), e o tempo de voo do aeroporto final da solicitação  $r$  ao aeroporto inicial da solicitação ( $T_{i_r j_s}^{D_s}$ ) e o tempo em preparação para o voo no aeroporto final da solicitação  $r$  ( $TAT_{j_r}^S$ ). Nos casos em que a aeronave não está alocada para a rota em questão, portanto  $\sum y_{vrs} = 0$ , é somado um valor  $-M_{rs}$  onde  $M_{rs} \gg w_s$ , cujo o objetivo é garantir que a restrição não impacte o modelo. Em outras palavras, a função do suficientemente grande é desligar a restrição quando a mesma não deve ser válida. Nos casos onde a aeronave esteja alocada, portanto  $y_{vsr} = 1$ , o parâmetro  $M_{rs}$  é automaticamente multiplicado por zero e torna-se irrelevante. O mesmo raciocínio norteia a Equação 16, entretanto devido ao fato do destino final da solicitação  $r$  coincidir com o destino final da solicitação  $r$ , os tempos referentes ao reposicionamento não são considerados.

Para garantir que as solicitações sejam atendidas dentro da janela de tempo aceita pelo cliente, restringe-se o parâmetro  $w_r$  (instante no tempo que a solicitação  $r$  é atendida) ao mínimo  $ST_r - \Delta$  e ao máximo  $ST_r + \Delta$ . Tem-se que:

$$ST_r - \Delta \leq w_r \leq ST_r + \Delta \quad \forall r \in R, r \geq 0 \quad (17)$$

Tem-se que todas as aeronaves devem sair e retornar ao depósito virtual, denotado como nó 0, no início e final do roteamento como determina as equações 18 e 19.

$$\sum_{s \in R} y_{v0s} = 1 \quad \forall v \in V \quad (18)$$

$$\sum_{s \in R} y_{vr0} = 1 \quad \forall v \in V \quad (19)$$

Para garantir que nenhuma solicitação seja repetida na mesma rota, tem-se a seguinte restrição:

$$\sum_{v \in V} \sum_{\substack{s \in R \\ s=r}} y_{vrs} = 0 \quad \forall r \in R, r > 0 \quad (20)$$

Com base na discussão apresentada, obtemos o seguinte modelo de otimização para a alocação e o roteamento de aeronaves:



Minimizar

$$\sum_{v \in V} \sum_{\substack{s \in R \\ s > 0}} \sum_{\substack{r \in R \\ r \neq s}} C_{rs} * y_{rsv} \quad (12)$$

Sujeito a

$$\sum_{v \in V} \sum_{\substack{s \in R \\ s \neq r}} y_{vrs} = 1 \quad \forall r \in R, r > 0 \quad (13)$$

$$\sum_{\substack{s \in R \\ h \neq r}} y_{vhr} = \sum_{\substack{s \in R \\ s \neq h}} y_{vrh} \quad \forall v \in V, r > 0 \quad (14)$$

$$w_s \geq w_r + T_{i_r j_r}^{p_r} + TAT_{j_r}^s + T_{i_r j_s}^{p_s} + TAT_{j_s}^s + M_{rs} \left( \sum_{v \in V} y_{vrs} - 1 \right) \quad r \neq s, s > 0, j_r \neq i_s \quad (15)$$

$$w_s \geq w_r + T_{i_r j_r}^{p_r} + TAT_{j_r}^s + M_{rs} \left( \sum_{v \in V} y_{vrs} - 1 \right) \quad r \neq s, s > 0, j_r = i_s \quad (16)$$

$$ST_r - \Delta \leq w_r \leq ST_r + \Delta \quad \forall r \in R, r \geq 0 \quad (17)$$

$$\sum_{s \in R} y_{v0s} = 1 \quad \forall v \in V \quad (18)$$

$$\sum_{s \in R} y_{vr0} = 1 \quad \forall v \in V \quad (19)$$

$$\sum_{v \in V} \sum_{\substack{s \in R \\ s=r}} y_{vrs} = 0 \quad \forall r \in R, r > 0 \quad (20)$$

## 4.0 RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados, abordando a ferramenta desenvolvida para implementar o modelo e os testes da ferramenta.

### 4.1 Implementação computacional

O modelo descrito no capítulo 3 foi implementado em linguagem VBA no Microsoft Excel 2016. Para a solução do modelo matemático foi utilizado o suplemento Opensolver (OpenSolver, s.d.), que foi adicionado ao Microsoft Excel. Esse suplemento é um software aberto e portanto o uso do mesmo é livre e gratuito. O suplemento OpenSolver foi escolhido para substituir o suplemento Solver, originalmente disponível no Excel, pois este segundo apresenta capacidade limitada, permitindo resolver problemas com até 200 variáveis de decisão, 100 restrições implícitas e 400 restrições simples (limites inferior e superior ou restrição de inteiros na variável de decisão). Como o número de solicitações e aeronaves é relativamente alto não é possível solucionar o modelo com o Solver, foi adotado o OpenSolver por ser mais robusto.

A planilha automatizada desenvolvida em Excel/VBA foi dividida em 10 abas as quais foram classificadas em 5 categorias; “Auxílio ao usuário”, “Dados”, “Informações de entrada”, “Cálculos” e “Resultado”. Essa divisão visa facilitar o entendimento do modelo por parte do usuário. De modo geral, o usuário só precisa interagir com as abas da categoria “Informações de entrada”. As demais abas só necessitam ser alteradas caso uma das premissas do modelo perca sua validade.

As seguintes premissas foram assumidas na implementação do modelo:

- (i) A companhia opera um número fixo de aeronaves.
- (ii) Todas as aeronaves podem ser alocadas para qualquer solicitação.
- (iii) É permitido o mesmo adiantamento/atraso em relação ao horário solicitado pelo cliente para todas as solicitações.
- (iv) A companhia opera em um conjunto fixo de aeroportos.

- (v) Como mencionado no capítulo 2 a companhia pode rejeitar solicitações caso estas não tragam um impacto positivo para a companhia, entretanto assume-se que esta análise é feita previamente. Sendo assim todas as solicitações presentes na lista de pedidos devem ser obrigatoriamente atendidas.

Na categoria de auxílio ao usuário, sinalizada pela cor vermelha, encontra-se a aba “index” onde é informado ao usuário o funcionamento básico de cada uma das abas do modelo. Na categoria “Dados”, sinalizada pela coloração cinza encontram-se as abas “Calculo custo cidades”, “Custo KM Aeronave” e “TAT Aeroportos”. A primeira fornece o tempo gasto entre todos os aeroportos em que a empresa opera no formato de uma matriz de aeroportos por aeroportos, devendo ser calculada fora da ferramenta. A aba “Custo KM Aeronave” contém as informações do custo médio por quilômetro percorrido por cada uma das aeronaves da companhia e a aba e “TAT Aeroportos” provê para a ferramenta o tempo necessário para a aeronave fazer os procedimentos pré-voos nos aeroportos em que a companhia opera, conhecido como “Turn around time (TAT)”. Nota-se que estas abas são consideradas abas “fixas” da ferramenta, ou seja, que não devem ser alteradas constantemente, entretanto a longo prazo é necessário atualizá-las, devido à por exemplo abertura de novos aeroportos ou fechamento dentro da região que a companhia opera, mudanças drásticas no preço do combustível, entre outros.

As abas da categoria “Informações de entrada” são diferenciadas na ferramenta pela coloração amarela e são as abas onde o usuário deve fornecer os dados de entrada à ferramenta. Tal categoria é composta por duas abas: “Pedidos” onde o usuário fornece ao modelo as solicitações a serem alocadas nas próximas 72 horas no formato; ID, tail number (para identificar o tipo de aeronave solicitada), aeroporto de saída, aeroporto de destino, horário de saída. Nesta aba também ocorre o cálculo do horário mínimo e máximo de saída do voo em minutos, sendo possível alterar a margem de minutos a que a solicitação pode ser deslocada. Por fim, como ilustrado na Figura 14, nessa aba encontram-se os três botões utilizados para iniciar ações:

- 1) O botão “Apagar solução”, que tem como função deletar a solução da última interação;

- 2) O botão “construir modelo” que aciona um conjunto de macros que implementam todas as restrições e a matriz de alocação;
- 3) O botão “resolver modelo” que aciona a macro que define as restrições no OpenSolver e inicia a solução.

A aba “Início Aeronaves” recebe o aeroporto inicial, ou seja o aeroporto em que a aeronave se encontra no início do roteamento, de cada uma das aeronaves da companhia. Nota-se que caso a ferramenta seja utilizada de forma contínua esta aba será o aeroporto final de cada uma das aeronaves na aba de resultados do último roteamento executado na ferramenta, salvo casos onde houve alguma alteração posterior na rota da aeronave.

DADOS DE ENTRADA						Δ Permitido (minutos)	Horário de saída mínimo (minutos)	Horário de saída máximo (minutos)		
ID	Aeronave	Aeroporto de origem	Aeroporto de destino	Horário solicitado	Tipo da solicitação					
AO									Apagar solução	
100	OE-INM	RJTT	RJGG	21/11/2014 01:00	Live	60,00	105,00			
101	OE-ILZ	WSSS	VHHH	21/11/2014 05:00	Live	300,00	345,00	Construir Modelo		
102	OE-GVP	ULLI	LIML	21/11/2014 06:00	Live	360,00	405,00			
103	OE-INM	RJGG	PANC	21/11/2014 06:30	Live	390,00	435,00	Resolver Modelo		
104	OE-INH	VAPD	VIAG	21/11/2014 06:30	Live	390,00	435,00			
105	OE-ILY	EGWU	EGWU	21/11/2014 08:30	Live	510,00	555,00			
106	9H-VCA	UKKK	EGNM	21/11/2014 09:00	Live	540,00	585,00			
107	OE-LXX	URSS	LSZH	21/11/2014 09:30	Live	570,00	615,00			
108	OE-INA	FQCH	FQVL	21/11/2014 10:00	Live	600,00	645,00			
109	OE-INY	EGLF	LTBS	21/11/2014 10:00	Live	600,00	645,00			
110	9H-VCB	EGGW	LSGG	21/11/2014 13:45	Live	825,00	870,00			
111	OE-ILB	UMKK	UJEE	21/11/2014 14:00	Live	840,00	885,00			
112	OE-GVQ	LOWW	LFMN	21/11/2014 17:30	Live	1050,00	1095,00			
113	9H-VJF	VAAH	LSGG	21/11/2014 20:50	Live	1250,00	1295,00			
114	9H-VJG	SVMJ	EGGW	21/11/2014 21:00	Live	1260,00	1305,00			
115	9H-VJC	KIAD	KEWR	21/11/2014 22:00	Live	1320,00	1365,00			
116	9H-IGH	OMAA	LSGG	21/11/2014 23:00	Live	1380,00	1425,00			
117	9H-VJH	KLAX	PANC	22/11/2014 00:00	Live	1440,00	1485,00			
118	9H-VJD	KMDW	LFMN	22/11/2014 01:00	Live	1500,00	1545,00			
119	OE-ILZ	VVDN	VMMC	22/11/2014 06:00	Live	1800,00	1845,00			
120	9H-VJH	PANC	VHHH	22/11/2014 06:00	Live	1800,00	1845,00			
121	OE-ILI	OMDW	OERK	22/11/2014 08:00	Live	1920,00	1965,00			
122	OE-ILY	EGWU	UJEE	22/11/2014 10:30	Live	2070,00	2115,00			
123	OE-ILI	OMDB	OERK	22/11/2014 14:00	Live	2280,00	2325,00			
124	OE-INN	EGGW	OERK	22/11/2014 17:00	Live	2460,00	2505,00			
125	OE-GVP	LIML	ULLI	22/11/2014 17:00	Live	2460,00	2505,00			
126	OE-INS	UACC	EGLF	23/11/2014 03:00	Live	3060,00	3105,00			
127	OE-INH	VIAG	VOBL	23/11/2014 04:30	Live	3150,00	3195,00			
128	OE-INA	FQVL	FKYS	23/11/2014 04:45	Live	3165,00	3210,00			

Figura 14- Aba “Pedidos” (Fonte: Elaborada pela autora)

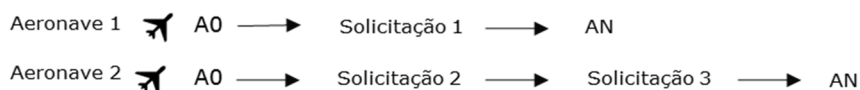
Figura 15 – Aba (Alocação (2)) (Fonte: Elaborada pela autora)

A categoria “Cálculos” é identificada pela cor verde e estão presentes as abas: “Alocação(2)”, “Tempo de deslocamento” e “Calculo Custo Pedidos”. Na aba “Alocação(2)” as restrições são construídas e o modelo é solucionado. A construção a sub-rotinas depende diretamente das abas de “Informações de entrada” e “Dados” dado que todas as restrições são baseadas nas solicitações presentes. Como ilustrado na Figura 15 a ferramenta foi construída de forma que todas as restrições e a matriz de alocação estão contidas na mesma aba. Tal desenho permite não apenas a fácil visualização das relações do modelo bem como é condição para implementação do OpenSolver. A matriz alocação, presente na Figura 15 e exemplificada na Figura 16, pode ser considerada o coração da ferramenta dado que ela abriga as variáveis de decisão ( $y_{vrs}$ ), no eixo vertical todas as combinações entre aeronaves ( $v$ ) e solicitações ( $r$ ) possíveis para garantir que qualquer combinação é passível de alocação, no eixo horizontal tem-se todas as solicitações(s) possíveis. Como demonstrado na Figura 16 a interpretação deve ser realizada da seguinte forma: as linhas representam as solicitações iniciais e as colunas as solicitações finais, além disso todas as aeronaves iniciam e finalizam sua rota na requisição artificial 0,

representada por “A0” e “AN” respectivamente na ferramenta com o intuito de facilitar a implementação das matrizes de tempo e custos.

		A0	Solicitação 1	Solicitação 2	Solicitação 3	AN
Aeronave 1	A0		1	0	0	0
Aeronave 1	Solicitação 1		0	0	0	1
Aeronave 1	Solicitação 2		0	0	0	0
Aeronave 1	Solicitação 3		0	0	0	0
Aeronave 2	A0		0	1	0	0
Aeronave 2	Solicitação 1		0	0	0	0
Aeronave 2	Solicitação 2		0	0	1	0
Aeronave 2	Solicitação 3		0	0	0	1

**Resultado:**



*Figura 16 – Exemplo de matriz de alocação e leitura do resultado (Fonte: Elaborada pela autora)*

As restrições foram desenvolvidas de forma que a equação matemática é construída referenciando as células que representam o parâmetro em questão. Por exemplo, os valores de  $y_{vrs}$  são obtidos através das coordenadas da matriz de alocação.

Na aba “Tempo de deslocamento”, demonstrada na Figura 17, o tempo gasto para a combinação entre as solicitações presentes é calculado. Tal matriz é utilizada na restrição definida na Equação 15 e na Equação 16, nota-se que ambas as equações visam descrever o mesmo comportamento mas em casos distintos. No caso da Equação 15 tem-se o aeroporto final da primeira solicitação é diferente do aeroporto inicial da segunda solicitação. Desta forma é necessário somar o tempo de voo relativo à primeira solicitação mais o tempo de deslocamento entre os aeroportos mas o tempo de preparo da aeronave no aeroporto final da primeira solicitação, tais informações são obtidas nas abas “Calculo Custo Cidades” e “TAT Aeroportos”. No caso da Equação 16 onde o aeroporto inicial e final das solicitações é o mesmo o tempo de voo entre os aeroportos é nulo. Por fim, tem-se duas particularidades: (i) O tempo de deslocamento para A0 é definido como proibitivamente grande dado que é a solicitação referente a transferência da aeronave do depósito virtual para o

aeroporto inicial da mesma, sendo assim não é plausível o sequenciamento da mesma após outra solicitação. (ii) O tempo de deslocamento para AN é sempre nulo dado que todas as aeronaves devem voltar para o depósito virtual no final do roteamento.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
	Aeroinicial	Aero.Final	Solicitações	DEP	RUTT	WSSS	ULLI	RJGG	VAPO	EGWU	UKKK	URSS	FQCH	EGLF	EGGW	UMKK		
	Aero.Inicial	Aero.Final	A0	WSSS	RJGG	VHHH	LIML	PANC	VIAG	EGWU	EGNM	LSZH	FQVL	LTBS	LSGG	UUEE		
4	OE-ILZ	DEP	WSSS	101	100000	477	30	742	458	369	879	724	660	673	881	878	777	
5	OE-ILZ	RJTT	RJGG	101	100000	100000	503	684	75	601	828	725	711	1034	831	825	741	
6	OE-ILZ	WSSS	VHHH	102	100000	524	100000	858	504	616	1009	867	824	1027	1011	1007	906	
7	OE-ILZ	ULLI	LIML	103	100000	984	1023	100000	978	758	354	403	458	830	354	355	378	
8	OE-ILZ	RJGG	PANC	104	100000	948	1320	1020	100000	1291	1065	1095	1149	1652	1067	1063	1058	
9	OE-ILZ	VAPO	VIAG	105	100000	627	493	570	609	100000	699	544	479	708	701	698	599	
10	OE-ILZ	EGWU	EGWU	106	100000	786	879	247	783	623	100000	250	320	709	84	83	199	
11	OE-ILZ	UKKK	EGNM	107	100000	967	1075	435	965	823	298	100000	521	922	300	295	393	
12	OE-ILZ	URSS	LSZH	108	100000	999	1051	450	994	788	363	425	100000	871	364	364	393	
13	OE-ILZ	FQCH	FQVL	109	100000	1062	717	806	1042	593	790	730	675	100000	789	792	774	
14	OE-ILZ	EGLF	LTBS	110	100000	1004	955	520	993	683	539	445	422	784	100000	540	488	
15	OE-ILZ	EGGW	LSGG	111	100000	891	941	342	886	677	236	318	376	744	236	100000	285	
16	OE-ILZ	UMKK	UUEE	112	100000	747	816	246	740	578	388	261	308	810	390	386	100000	
17	OE-ILZ	LOWW	LFMN	113	100000	912	945	363	906	678	268	329	381	731	267	270	306	
18	OE-ILZ	VAAH	LSGG	114	100000	1298	1348	749	1293	1084	643	725	783	1151	643	645	692	
19	OE-ILZ	SVMJ	EGGW	115	100000	1358	1453	820	1355	1198	658	824	895	1286	662	605	773	
20	OE-ILZ	KIAD	KEWR	116	100000	928	1251	644	941	1057	547	688	764	1072	546	546	628	
21	OE-ILZ	OMAA	LSGG	117	100000	1192	1242	643	1187	978	537	619	677	1045	537	539	586	
22	OE-ILZ	KLAX	PANC	118	100000	803	1175	875	819	1146	920	950	1004	1507	922	918	913	
23	OE-ILZ	KMDW	LFMN	119	100000	1376	1409	827	1370	1142	732	793	845	1195	731	734	770	
24	OE-ILZ	VVDN	VMMC	120	100000	405	376	735	385	492	886	745	701	902	889	885	784	
25	OE-ILZ	PANC	VHHH	121	100000	928	904	1262	908	1020	1413	1271	1228	1431	1415	1411	1310	
26	OE-ILZ	OMDW	OERK	122	100000	816	671	484	800	399	546	418	345	559	547	547	475	
27	OE-ILZ	EGWU	UUEE	123	100000	851	920	350	844	682	492	365	412	914	494	490	388	
28	OE-ILZ	OMDB	OERK	124	100000	818	673	486	802	401	548	420	347	561	549	549	477	
29	OE-ILZ	EGGW	OERK	125	100000	1113	968	781	1097	696	843	715	642	856	844	844	772	
30	OE-ILZ	LIML	ULLI	126	100000	832	930	218	827	697	435	359	423	916	438	433	338	
31	OE-ILZ	UACC	EGLF	127	100000	1171	1264	633	1169	1008	467	635	705	1091	413	470	585	
32	OE-ILZ	VIAG	VOBL	128	100000	721	471	708	701	292	822	670	597	677	824	822	728	
33	OE-ILZ	FQVL	FKYS	129	100000	1351	1148	872	1336	910	800	803	785	660	798	802	822	

Figura 17- Aba “Tempo de deslocamento” (Fonte: Elaborada pela autora)

Na aba “Calculo custo pedidos” o custo para a execução de uma solicitação ocorrer após outra solicitação é calculado como o tempo para o reposicionamento da aeronave vezes o custo por hora de voo, extraídos das abas “Calculo Custo Cidades” e “Custo KM Aeronave”. Para o cálculo do custo da solicitação A0 o aeroporto inicial de cada uma das aeronaves é obtido através da aba “Início Aeronaves” e calculado normalmente, com exceção do custo de deslocamento para a solicitação A0 que é proibitivo devido à impossibilidade de uma aeronave retornar ao depósito virtual pela solicitação A0.

Por fim, na categoria resultados tem-se a aba “resultados” onde a solução é exposta de forma mais clara para o usuário. Como já mencionado no presente estudo a ferramenta visa auxiliar a tomada de decisão, portanto o intuito da aba resultados é guiar o usuário para otimizar a alocação das aeronaves e não substituir o mesmo. Há diversos fatores como fenômenos naturais ou particularidades do cliente solicitante que não estão sendo considerados na ferramenta.

## 4.2 Experimentos computacionais

A ferramenta foi testada utilizando os dados referentes aos voos realizados entre 21 e 23 de novembro de 2014 providos pela empresa. Na Figura 18 os dados foram fornecidos no mesmo formato já descrito na seção análise de dados no Capítulo 3. Os testes foram executados em um computador com processador Intel Core i7-3667U CPU 2.00GH.z, memória RAM 8,00GB e sistema operacional 64 bits.

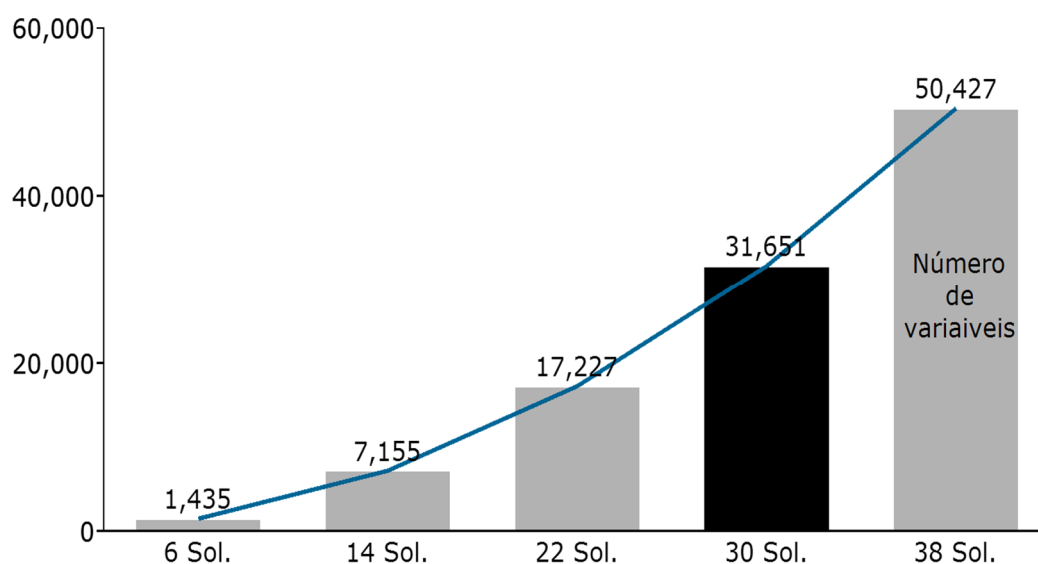
Os voos de reposicionamento foram desconsiderados dos testes uma vez que o objetivo do modelo é justamente minimizar a ocorrência de tais voos. Além disso, como os voos de manutenção requerem considerações particulares não consideradas no modelo proposto estes também foram desconsiderados, restando apenas as solicitações comerciais. Nota-se que no contexto real há fatores que não são considerados, como por exemplo a capacidade máxima de cada aeronave ou a autonomia da aeronave para a realização do(s) voo(s)

Solicitação	Aeronave	Aeroporto Saída	Aeroporto Chegada	Horario Saída	Horario Chegada	Tipo
101	OE-INM	RJTT	RJGG	21/11/2014	21/11/2014	Live
102	OE-ILZ	WSSS	VHHH	21/11/2014	21/11/2014	Live
103	OE-GVP	ULLI	LIML	21/11/2014	21/11/2014	Live
104	OE-INM	RJGG	PANC	21/11/2014	21/11/2014	Live
105	OE-INH	VAPO	VIAG	21/11/2014	21/11/2014	Live
106	OE-ILY	EGWU	EGWU	21/11/2014	21/11/2014	Live
107	9H-VCA	UKKK	EGNM	21/11/2014	21/11/2014	Live
108	OE-LXX	URSS	LSZH	21/11/2014	21/11/2014	Live
109	OE-INA	FQCH	FQVL	21/11/2014	21/11/2014	Live
110	OE-INY	EGLF	LTBS	21/11/2014	21/11/2014	Live
111	9H-VCB	EGGW	LSGG	21/11/2014	21/11/2014	Live
112	OE-ILB	UMKK	UUEE	21/11/2014	21/11/2014	Live
113	OE-GVQ	LOWW	LFMN	21/11/2014	21/11/2014	Live
114	9H-VJF	VAAH	LSGG	21/11/2014	22/11/2014	Live
115	9H-VJG	SVMJ	EGGW	21/11/2014	22/11/2014	Live
116	9H-VJC	KIAD	KEWR	21/11/2014	21/11/2014	Live
117	9H-IGH	OMAA	LSGG	21/11/2014	22/11/2014	Live
118	9H-VJH	KLAX	PANC	22/11/2014	22/11/2014	Live
119	9H-VJD	KMDW	LFMN	22/11/2014	22/11/2014	Live
120	OE-ILZ	VVDN	VMMC	22/11/2014	22/11/2014	Live
121	9H-VJH	PANC	VHHH	22/11/2014	22/11/2014	Live
122	OE-ILI	OMDW	OERK	22/11/2014	22/11/2014	Live
123	OE-ILY	EGWU	UUEE	22/11/2014	22/11/2014	Live
124	OE-ILI	OMDB	OERK	22/11/2014	22/11/2014	Live
125	OE-INN	EGGW	OERK	22/11/2014	22/11/2014	Live
126	OE-GVP	LIML	ULLI	22/11/2014	22/11/2014	Live
127	OE-INS	UACC	EGLF	23/11/2014	23/11/2014	Live
128	OE-INH	VIAG	VOBL	23/11/2014	23/11/2014	Live
129	OE-INA	FQVL	FKYS	23/11/2014	23/11/2014	Live

Figura 18 – Dados fornecidos pela empresa para realização de testes



No período considerado a empresa efetuou um total de 58 voos sendo 17 de reposicionamento, 37 comerciais e 4 voos de manutenção. Entretanto devido a limitação de processamento do computador utilizado para a realização do teste não foi possível testar a ferramenta com o conjunto total de dados. O número de variáveis do modelo cresce de forma quadrática com a adição de solicitações, como ilustrado na Figura 19. As tentativas de testar o conjunto total de dados foram frustradas devido a ocorrência de *overflow* do OpenSolver, tal erro ocorre quando o Excel devido à falta de memória computacional para resolução do problema. Dada a indisponibilidade um computador com processamento superior para realização dos testes, foram utilizados 78% das solicitações comerciais (totalizando 29 solicitações).



*Figura 19- Relação número de solicitações inseridas na ferramenta vs. número de variáveis segundo o Excel. (Fonte: Elaborado pela autora)*

Os dados foram inseridos na aba “Pedidos” da ferramenta no formato exemplificado na Figura 18 com exceção do horário de chegada que foi excluído para os testes. O horário de saída foi convertido em minutos tendo como base para a conversão o horário de saída da primeira solução presente dos dados com a precisão de horas, no caso a primeira solicitação presente ocorre em 21/11/2014 00:45 e portanto a alocação das aeronaves tem início 21/11/2014 00:00.

As seguintes premissas foram assumidas para a execução do teste:

- (i) Os aeroportos de início das aeronaves foram considerados como o primeiro aeroporto onde a aeronave se encontra nos dados considerados.
- (ii) O *Turn around time* (TAT) em todos os aeroportos foi considerado igual a trinta minutos.
- (iii) Assumiu-se que todas as aeronaves têm custo por quilômetro percorrido igual.
- (iv) O horário de saída do voo foi considerado como o horário solicitado pelo cliente.

O resultado dos testes foi a obtenção do roteamento presente na Figura 20, nota-se que as 29 solicitações são devidamente atendidas dentro da janela de tempo exigida. Vale ressaltar que a solicitação “A0” e “AN” são funcionais do modelo. Desta forma as aeronaves que foram alocadas somente de A0 para AN na prática não irão atender nenhuma solicitação.

Numero de Solicitações Alocadas	Aeronave	Solicitação 1	Solicitação 2	Horario Inicio (Minutos)	Solicitação 3	Horario Inicio (Minutos)	Solicitação 4
3	9H-VJH	A0	384871	1440	385972	1845	AN
3	OE-ILI	A0	386200	1920	387360	2280	AN
3	OE-INA	A0	386960	600	384738	3165	AN
3	OE-INH	A0	382547	390	382547	390	AN
3	9H-VJG	A0	386116	1260	384240	2460	AN
3	OE-GVP	A0	386266	360	386267	2460	AN
3	OE-ILZ	A0	387305	300	387046	1800	AN
3	OE-INM	A0	385753	60	385754	390	AN
2	9H-VCB	A0	385298	825	AN		
2	OE-GVQ	A0	384890	1050	AN		
2	9H-VCX	A0	383343	540	AN		
2	9H-VJD	A0	384389	1500	AN		
2	9H-VTC	A0	387013	2070	AN		
2	OE-INS	A0	387174	3060	AN		
2	9H-IGH	A0	385697	1380	AN		
2	9H-OPE	A0	386609	510	AN		
2	9H-VCA	A0	387138	840	AN		
2	9H-VJC	A0	385035	1320	AN		
2	9H-VJF	A0	384552	1250	AN		
2	OE-INY	A0	386316	600	AN		
2	OE-LXX	A0	380186	570	AN		
1	OE-ILB	A0	AN	0			
1	OE-ILY	A0	AN	0			
1	OE-INE	A0	AN	0			
1	OE-ING	A0	AN	0			
1	OE-LGX	A0	AN	0			
1	9H-VJA	A0	AN	0			
1	9H-VTA	A0	AN	0			
1	OE-GVN	A0	AN	0			
1	OE-INN	A0	AN	0			
1	9H-VJX	A0	AN	0			
1	9H-VJY	A0	AN	0			
1	OE-LGY	A0	AN	0			
1	OE-LXY	A0	AN	0			

*Figura 20 – Resultados detalhados por solicitações: Teste dados 21 de novembro de 2014 e 23 de novembro de 2014. (Fonte: Elaborada pela autora)*

Na Figura 21 são apresentados os resultados detalhados por aeroportos. Observa-se a realização de 29 voos de solicitações e 3 voos de reposicionamento, representando 9% dos voos. Em contrapartida tem-se que historicamente a companhia realizou 37 voos de solicitações e 17 voos de reposicionamento, representando 31% dos voos. Conclui-se portanto uma redução de 70 % na ocorrência de voos de reposicionamento. Todavia é importante ressaltar que o modelo contém simplificações do contexto real.

<b>Aeronave</b>	<b>Aero. Início</b>	<b>Aero. Início Sol.1</b>	<b>Aero. Final Sol. 1</b>	<b>Aero. Início Sol. 2</b>	<b>Aero. Final Sol. 2</b>
9H-VJH	KLAX	KLAX	PANC	PANC	VHHH
OE-ILI	OMDW	OMDW	OERK	OMDB	OERK
OE-INA	FQCH	FQCH	FQVL	FQVL	FKYS
OE-INH	VAPO	VAPO	VIAG	VAPO	VIAG
9H-VJG	SVM I	SVM I	EGGW	EGGW	OERK
OE-GVP	ULLI	ULLI	LIML	LIML	ULLI
OE-ILZ	WSSS	WSSS	VHHH	VVDN	VMMC
OE-INM	RJTT	RJTT	RJGG	RJGG	PANC
9H-VCB	EGGW	EGGW	LSGG		
OE-GVQ	LOWW	LOWW	LFMN		
9H-VCX	UKKK	UKKK	EGNM		
9H-VJD	KMDW	KMDW	LFMN		
9H-VTC	EGWU	EGWU	UUEE		
OE-INS	UACC	UACC	EGLF		
9H-IGH	OMAA	OMAA	LSGG		
9H-OPE	EGWU	EGWU	EGWU		
9H-VCA	UKKK	UMKK	UUEE		
9H-VJC	KIAD	KIAD	KEWR		
9H-VJF	VAAH	VAAH	LSGG		
OE-INY	EGLF	EGLF	LTBS		
OE-LXX	URSS	URSS	LSZH		

*Figura 21 – Resultados detalhados por aeroportos: Teste dados 21 de novembro de 2014 e 23 de novembro de 2014. (Fonte: Elaborada pela autora)*

## 5 CONSIDERAÇÕES GERAIS

O mercado de transporte aéreo apresenta operações de grande nível de complexidade e atualmente enfrenta um aumento significativo na competitividade. Em um cenário competitivo e com tradicionalmente baixas margens de lucro, a redução dos custos é de extrema importância. Particularmente no caso de companhias áreas sob demanda, o custo operacional relacionado com a alocação das aeronaves não otimizada é significativo e representa uma grande oportunidade. Nota-se que cerca de 35% dos voos realizados por companhias áreas sob demanda são voos de reposicionamento, isto é, voos de transferência de aeronaves entre aeroportos para atender determinada solicitação.

Neste trabalho foi abordado o tema da roteirização de aeronaves dentro do contexto de companhias de transporte aéreo sob demanda. Tendo como objetivo a otimização dos custos no processo de roteirização. Vale ressaltar que antes do início deste trabalho a empresa apresentava um processo não automatizado, considerado oneroso e ineficiente pela empresa. Nota-se que os clientes podem fazer solicitações até algumas horas antes da execução das mesmas, tornando o processo extremamente dinâmico e oneroso, uma vez que a adição de uma solicitação pode mudar significativamente e a alocação das demais aeronaves. Na análise dos dados constatou-se que na média apenas 42% dos voos realizados pela companhia eram voos solicitados por cliente, representando uma grande oportunidade de melhora.

Visando otimizar o processo de alocação das aeronaves da companhia em questão, foi desenvolvido um modelo matemático que determina a alocação com menor custo operacional de reposicionamento das aeronaves da companhia nas solicitações existentes no momento. O modelo foi implementado em linguagem VBA no Microsoft Excel 2016 e para a solução do modelo matemático foi utilizado o suplemento Opensolver, que foi adicionado ao Microsoft Excel.

A ferramenta desenvolvida foi testada com dados históricos da empresa estudada, obtendo-se resultados promissores uma vez que as solicitações foram alocadas de forma correta as aeronaves, resultando em uma redução de 71% no número de voos de reposicionamento. Destaca-se que os testes foram feitos assumindo a hipótese de que todas as aeronaves iniciam o roteamento no aeroporto que se encontram no início dos dados utilizados, e descartando-se a necessidade de manutenção das aeronaves. É esperado que na prática uma redução de voos de reposicionamento também seja possível porém inferior à obtida no teste presente neste estudo.

Por fim, como proposta para trabalhos futuros, sugere-se a consideração de solicitações de frotas específicas de aeronaves, a consideração das manutenções, a realização de upgrades, isto é, a concessão de aeronaves de frotas com preço mais elevado quando o custo operacional é igual ou reduzido, e consideração do tempo de autonomia de voo das aeronaves.

## REFERÊNCIAS

- Arenales, M., Morabito, R., Yanasse, H. H. ; Vinicius, A., 2007. *Pesquisa Operacional para cursos de engenharia*. s.l.:Elsivier Editora Ltda..
- Barnhart, C., Belobaba, P. ; Odoni, A. R., 2003. Applications of Operations Research in the Air Transport Industry. *Operations Research in the Air Transport Industry*.
- Bombardier, 2014. *Business Aircraft Market Forecast 2014-2033*. [Online] Available at: [http://www.bombardier.com/content/dam/Websites/bombardiercom/supporting-documents/BA/Bombardier-Aerospace-20140716-Business-Aircraft-Market-Forecast\\_2014-33.pdf](http://www.bombardier.com/content/dam/Websites/bombardiercom/supporting-documents/BA/Bombardier-Aerospace-20140716-Business-Aircraft-Market-Forecast_2014-33.pdf) [Acesso em 04 06 2016].
- Cauchick, P., Costa, S. ; Fleury, A., 2011. *Metodologia de pesquisa em Engenharia de Producao e Gestao de Operações*. 2 ed. s.l.:Elsevier Brasil.
- Clarke, L. W., Hane, A. C., Johnson, L. E. , Nemhauser, L. G., 1996. Maintenance and crew considerations in fleet assignment. *Transportation Science*.
- Clayton, E. ; Hiltz, A., 2015. *2015 Aviation Trends- Industry perspectives, Strategy&*. [Online] Available at: <http://www.strategyand.pwc.com/perspectives/2015-aviation-trends> [Acesso em 2015].
- Espinoza, D.; Garcia, R.; Goycoolea, M.; Nemhauser, L. G.; Savelsbergh, W. P. M., 2016. Per-Seat, On-Demand Air Transportation Part I: Problem Description and an Integer Multicommodity Flow Model. *Transportation Science*.
- Hanif., D. S., Bish, E. K. , Zhu, X., 2005. Airline fleet assignment concepts, models, and algorithms. *European Journal of Operational Research*.
- IATA, I. A. T. A., 2015. *Economic Performance of the Industry end year 2015-report*. [Online] Available at: <https://www.iata.org/whatwedo/Documents/economics/IATA-Economic-Performance-of-the-Industry-end-year-2015-report.pdf> [Acesso em 04 06 2016].
- Kim, D. ; Barnhart, C., 2007. Flight schedule design for a charter airline. *Computers & Operations Research*.
- Klabjan, D., 2003. Large-scale Models in the Airline Industry. *Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign*,.
- OpenSolver, 2016. *About Open Solver*. [Online] Available at: <http://opensolver.org/> [Acesso em 04 06 2016].

Rexing, B.; Barnhart, C.; Kniker, S. T.; Jarrah, A. T.; Krishnamurthy, N., 2000. Airline fleet assignment with time windows. *Transportation Science*.

Rodrigues, V. P., 2014. *Uma abordagem de otimização para a roteirização e programação de navios: um estudo de caso na indústria petrolífera*, Sao Carlos: Dissertação de mestrado. Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção. Universidade de São Paulo.

Sobrapo, s.d. *Sobrapo- O que é pesquisa operacional*. [Online] Available at: [http://www.sobrapo.org.br/o\\_que\\_e\\_po.php](http://www.sobrapo.org.br/o_que_e_po.php) [Acesso em 13 07 2015].

Taha, H. A., 2006. *Operations Research: An Introduction* (8th Edition). Em: s.l.:Person Education do Brasil.

Van der Zwan, F., Wils, K. , Ghijs, S., 2012. Development of an Aircraft Routing System for an Air Taxi Operator. Em: *Aeronautics and Astronautics, Prof. Max Mulder*. s.l.:InTech.

Yao, Y.; Ergun, O.; Johnson, E.; Schultz, W.; Singleton, J. M, 2008. Strategic planning in fractional aircraft ownership programs. *European Journal of Operational Research*.