

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS**

Luiza Vilas Boas de Oliveira

**Construção e Análise de Áreas de Atração de Sistemas
Máquina contra Barramento Infinito**

São Carlos

2019

Luiza Vilas Boas de Oliveira

**Construção e Análise de Áreas de Atração de Sistemas
Máquina contra Barramento Infinito**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Elétrica com Ênfase em Eletrônica, da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheiro Eletricista.

Área de concentração: Sistemas Elétricos de Potência

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Andrade Ramos

**São Carlos
2019**

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

V952c Vilas Boas de Oliveira, Luiza
Construção e Análise de Áreas de Atração de
Sistemas Máquina contra Barramento Infinito / Luiza
Vilas Boas de Oliveira; orientador Rodrigo Andrade
Ramos. São Carlos, 2019.

Monografia (Graduação em Engenharia Elétrica com
ênfase em Eletrônica) -- Escola de Engenharia de São
Carlos da Universidade de São Paulo, 2019.

1. Estabilidade. 2. Sistema Elétrico de Potência.
3. Área de Atração. 4. Máquina contra Barramento
Infinito. I. Título.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Nome: Luiza Vilas Boas de Oliveira

Título: "Construção e Análise de Áreas de Atração de Sistemas Máquina contra Barramento Infinito"

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado
em 29/11/2019,

com NOTA 9,0 (NOVE, ZERO), pela Comissão Julgadora:

Prof. Associado Rodrigo Andrade Ramos - Orientador - SEL/EESC/USP

Dr. Jonas Roberto Pesente - Itaipu Binacional - Superintendência de Operação

Mestre Jéssica Glória Jorge Batista - Doutorando - SEL/EESC/USP

Coordenador da CoC-Engenharia Elétrica - EESC/USP:
Prof. Associado Rogério Andrade Flauzino

Para Helena Carrasque, grande companheira e amiga desta e de todas as jornadas.

AGRADECIMENTOS

Agradeço imensamente à USP, pela oportunidade de crescimento com todos os inúmeros desafios proporcionados no decorrer da graduação, por ter sido decisiva na minha escolha profissional e pelo impacto indescritível que trouxe à minha vida.

Ao Professor Rodrigo Andrade Ramos, pela orientação neste trabalho, pelos ensinamentos, compreensão e apoio.

Agradeço a todos os meus amigos e colegas de curso, com quem tanto aprendi e compartilhei dificuldades e vitórias. De forma especial, agradeço aos meus amigos Elisa e Zhi por todo o apoio.

Acima de tudo agradeço à minha família, força e norte sem os quais essa trajetória não faria sentido algum, razão primordial da minha resiliência e perseverança em meus objetivos.

RESUMO

OLIVEIRA, L. V. B. **Construção e Análise de Áreas de Atração de Sistemas Máquina contra Barramento Infinito**. 2019. 83p. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2019.

O presente trabalho propõe uma análise a respeito do problema de Estabilidade Transitória de Ângulo de um Sistema Elétrico de Potência (SEP) constituído por um grupo de geradores síncronos ligado a um barramento infinito. O estudo restringe-se ao cálculo experimental de áreas de atração para diferentes sistemas, resultantes da variação de parâmetros mecânicos e elétricos de um caso base. Empregam-se nos parâmetros elétricos e mecânicos do sistema (tensões nas barras, constantes de inércia e amortecimento dos geradores, reatâncias de linhas de transmissão e de transformadores) dados reais de um modelo simplificado do setor de 60 Hz da Usina Hidroelétrica (UHE) Itaipu Binacional. Trata-se de um problema Máquina contra Barramento Infinito (ou SMIB, do Inglês *Single Machine Versus Infinite Bus*), no qual utiliza-se o Modelo Clássico (*Voltage behind transient reactance*) para representação da máquina síncrona. A partir do modelo estabelecido e dos valores dos parâmetros obtidos, devem ser efetuados estudos típicos da análise de estabilidade: a construção da área de atração do sistema pós falta simulando seu comportamento para um número finito de condições iniciais. Para cada uma delas, realiza-se a solução computacional de suas equações diferenciais por método numérico baseado na fórmula de Runge-Kutta. O conhecimento da área de atração, da forma como é construída, e de sua fronteira, permite obter uma visão geral e precisa a respeito das condições de estabilidade do sistema, à medida em que evidencia todo o conjunto de condições iniciais para as quais a trajetória do sistema aproxima-se do ponto de equilíbrio estável.

Palavras-chave: Estabilidade. Sistema Elétrico de Potência. Área de Atração. Máquina contra Barramento Infinito.

ABSTRACT

OLIVEIRA, L. V. B. . 2019. 83p. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2019.

This work proposes an analysis about the Transient Angle Stability problem of an Electric Power System (SEP) consisting of a group of synchronous generators connected to an infinite bus. The study is restricted to the experimental calculation of attraction areas for different systems, resulting from the variation of mechanical and electrical parameters of a base case. The electrical and mechanical parameters of the system (bus voltages, generator inertia and damping constants, transmission line and transformer reactances) are used in a simplified model of 60 Hz branch of the Hydroelectric Power Plant (HPP) Itaipu Binacional. This is a Single Machine Versus Infinite Bus (SMIB) problem, in which the Voltage Behind Transient Reactance Model (or Classical Model) is used to represent the synchronous machine. From the established model and obtained parameter values, typical studies of stability analysis should be performed: the construction of the attraction area of the post fault system simulating its behavior for a finite number of initial conditions. For each of them, the computational solution of their differential equations by numerical method based on the Runge-Kutta formula is performed. Knowing the area of attraction, the way it is built, and its boundary gives an accurate and general view of the stability conditions of the system as it highlights the full set of initial conditions for which the trajectory system approaches the stable equilibrium point.

Keywords: Stability. Electric Power System. Attraction area. Single Machine Versus Infinite Bus.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Classificação geral de Estabilidade de Sistemas Elétricos de Potência.	24
Figura 2 – Representação fasorial da tensão gerada, E_G , e da tensão terminal, V_T , de um gerador síncrono.	25
Figura 3 – Circuito geral para representação da relação ângulo potência	31
Figura 4 – Curva da relação ângulo potência para duas máquinas síncronas	33
Figura 5 – Diagrama unifilar de um sistema genérico	34
Figura 6 – Modelo simplificado do setor de 60 Hz da Usina Hidroelétrica Itaipu Binacional.	43
Figura 7 – Indicação da linha eliminada no modelo simplificado para eliminação da falta.	46
Figura 8 – Caso Base de área de atração com $V_B = p.u.$, $H = 357.45s$ e $D = 0.025$	51
Figura 9 – Trajetória pós falta estável	52
Figura 10 – Trajetória pós falta instável	52
Figura 11 – Aumento de 10.0% na Constante de Inércia	54
Figura 12 – Aumento de 20.0% na Constante de Inércia	55
Figura 13 – Aumento de 30.0% na Constante de Inércia	55
Figura 14 – Aumento de 40.0% na Constante de Inércia	56
Figura 15 – Diminuição de 10.0% na Constante de Inércia	57
Figura 16 – Diminuição de 20.0% na Constante de Inércia	57
Figura 17 – Diminuição de 30.0% na Constante de Inércia	58
Figura 18 – Diminuição de 40.0% na Constante de Inércia	58
Figura 19 – Área de atração resultante da exclusão de 1 gerador	60
Figura 20 – Área de atração resultante da exclusão de 2 geradores	61
Figura 21 – Área de atração resultante da exclusão de 3 geradores	62
Figura 22 – Área de atração resultante da exclusão de 4 geradores	62
Figura 23 – Área de atração resultante do sistema com $D=0.050$	64
Figura 24 – Área de atração resultante do sistema com $D=0.100$	65
Figura 25 – Área de atração resultante do sistema com $D=0.150$	65
Figura 26 – Área de atração resultante do sistema com $D=0.200$	66
Figura 27 – Área de atração resultante do sistema com $D=0.015$	67
Figura 28 – Área de atração resultante do sistema com $D=0.010$	67
Figura 29 – Área de atração resultante do sistema com $D=0.005$	68
Figura 30 – Área de atração resultante do sistema com $D=0.001$	69
Figura 31 – Área de atração resultante do sistema com tensão na barra infinita igual a 0.95 p.u.	71
Figura 32 – Área de atração resultante do sistema com tensão na barra infinita igual a 0.90 p.u.	72

Figura 33 – Área de atração resultante do sistema com tensão na barra infinita igual a 0.85 p.u.	73
Figura 34 – Área de atração resultante do sistema com tensão na barra infinita igual a 0.80 p.u.	73
Figura 35 – Área de atração resultante do sistema com tensão na barra infinita igual a 0.75 p.u.	74
Figura 36 – Área de atração resultante do sistema com tensão na barra infinita igual a 0.70 p.u.	75

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros base de comparação para o sistema gerador x barramento infinito.	48
Tabela 2 – Comparação entre áreas de atração para diferentes valores de H , maiores que o caso base	56
Tabela 3 – Comparação entre áreas de atração para diferentes valores de H , menores que o caso base	59
Tabela 4 – Comparação entre áreas de atração para diferentes valores de H e X_e , correspondente à operação do sistema com menos geradores que o caso base .	63
Tabela 5 – Comparação entre áreas de atração para diferentes valores de D , maiores que o caso base	66
Tabela 6 – Comparação entre áreas de atração para diferentes valores de D , menores que o caso base	69
Tabela 7 – Comparação entre áreas de atração para diferentes valores de V_B , menores que o caso base	75

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

SEP	Sistema Elétrico de Potência
UHE	Usina Hidro Elétrica
SMIB	<i>Single Machine Infinite Bus System</i>
p.u.	<i>por unidade</i>
MATLAB	<i>MATrix LABoratory</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
1.0.1	Objetivos	22
1.0.1.1	Objetivo Geral	22
1.0.1.2	Objetivo Específico	22
2	O PROBLEMA DE ESTABILIDADE	23
2.1	Classificação da estabilidade	23
2.2	Métodos para análise de estabilidade	25
3	MODELAGEM DO SISTEMA	27
3.1	Máquina síncrona	27
3.2	Transformação $dq0$ e o Modelo Clássico	27
3.2.1	O Modelo Clássico	29
3.3	Relação ângulo potência	31
3.4	Equação de <i>swing</i>	33
3.4.1	Constante de inércia (H)	36
3.4.2	Constante de amortecimento (D)	37
4	ÁREA DE ATRAÇÃO	39
4.1	Conceito	39
4.2	Caracterização da fronteira	40
5	CONSTRUÇÃO DA ÁREA DE ATRAÇÃO	43
5.1	Sistema na condição pré falta	44
5.2	Sistema na condição em falta	45
5.3	Sistema na condição pós falta	46
5.4	Algoritmo de construção da área de atração	46
6	RESULTADOS	51
6.1	Constante de inércia	54
6.1.1	Parâmetros associados	60
6.2	Constante de amortecimento	64
6.3	Tensão na barra infinita	71
7	CONCLUSÃO	77
	REFERÊNCIAS	79

APÊNDICE A – PSEUDOCÓDIGO PARA OBTENÇÃO DA ÁREA DE ATRAÇÃO	81
---	-----------

1 INTRODUÇÃO

O estudo de estabilidade de Sistemas de Potência decorre da necessidade de sua operação segura e confiável, a fim de suprir a crescente demanda por energia elétrica nas condições de um sistema cada vez mais complexo e interligado. O interesse deste estudo reside no comportamento transitório do sistema, ditado por equações diferenciais não lineares, posterior à ocorrência de um distúrbio, uma falta em suas linhas de transmissão.

A estabilidade transitória é estabelecida com relação a uma condição específica de operação, ou seja, o ponto de equilíbrio, e uma dada perturbação. Nesse caso, um sistema é estável se, tendo sofrido uma grande perturbação, possui a capacidade de alcançar e manter uma condição aceitável de operação (PADIYAR, 2008).

Um SEP (Sistema Elétrico de Potência) pode sofrer uma série de perturbações de maior ou menor severidade. A ocorrência de uma falta em uma linha de transmissão é um distúrbio severo cuja eliminação em tempo hábil é crucial para que o sistema volte a operar de maneira estável. Por tal razão, é importante conhecer as condições de operação do sistema quando da eliminação da falta e determinar se, em tais condições, o sistema apresenta capacidade de retornar à condição de equilíbrio (KUNDUR; BALU; LAUBY, 1994a, p. 17-39).

Nesse contexto, a área de atração é o conjunto de condições iniciais para as quais o SEP converge para o ponto de equilíbrio estável associado à medida que $t \rightarrow \infty$. O seu conhecimento fornece informações úteis ao controle do sistema, como o tempo crítico de eliminação da falta, os parâmetros eletromecânicos do sistema que contribuem para uma maior ou menor estabilidade em sua operação. Sendo assim, a análise da área de atração ou região de estabilidade de um sistema de potência tem sua relevância quando se pretende desenvolver um estudo sobre sua estabilidade transitória de ângulo e, por consequência, um controle seguro para o mesmo sistema.

Para o cálculo ou estimação e análise da área de atração existem tanto métodos analíticos quanto experimentais, escolhidos de acordo com as mais distintas necessidades envolvidas no problema de estabilidade. Métodos analíticos, tais como Métodos Energéticos, são úteis na estimativa da área de atração, como no caso do uso de uma função de Lyapunov. Entretanto, tais métodos utilizam aproximações, carecem de precisão e apresentam restrições quando se tem em vista aplicações práticas.

Por outro lado, métodos experimentais baseados em simulações computacionais permitem obter informações mais realistas e exatas a respeito das condições de estabilidade de um sistema de potência (NASSAB, 2002). A principal limitação que se encontra ao fazer uso de tais métodos reside no tempo de processamento, uma vez que é necessário simular o sistema para cada condição particular, como no caso do presente trabalho, em que se propõe considerar

cada condição inicial em um intervalo escolhido.

1.0.1 Objetivos

1.0.1.1 Objetivo Geral

O objetivo central deste estudo é calcular e analisar a área de atração de um Sistema Elétrico de Potência, mas especificamente, um Sistema Máquina contra Barramento Infinito, cujos parâmetros base são tomados de um modelo simplificado do sistema Binacional Itaipu, bem como desenvolver um estudo sobre condições de Estabilidade Transitória do mesmo sistema.

Espera-se que análise a ser apresentada ofereça contribuições efetivas ao ensino de estabilidade na medida em que procura-se empregar modelos simplificados e tão próximos quanto possível de aplicações práticas.

1.0.1.2 Objetivo Específico

Pretende-se determinar os pontos pertencentes à área de atração, ou região de estabilidade, do sistema em questão por meio da solução numérica computacional de suas equações diferenciais para um conjunto de condições iniciais escolhidas em um intervalo de interesse.

A posterior análise das condições de estabilidade do sistema deve ser feita por meio do cálculo de novas áreas de atração, pelo mesmo método, e análise de seu comportamento para variações de parâmetros eletromecânicos, quais sejam, constantes de inércia e de amortecimento, reatâncias das linhas de transmissão e tensão no Barramento Infinito.

2 O PROBLEMA DE ESTABILIDADE

A estabilidade de um Sistema Elétrico de Potência é, de maneira ampla, definida como sua capacidade de retornar a um estado de equilíbrio estável, mesmo após uma grande perturbação, como um curto circuito em uma linha de transmissão.

Assim, para o caso particular de um sistema básico formado por um grupo de geradores, as linhas de transmissão e um barramento infinito, deseja-se avaliar sua capacidade de, tendo sofrido uma grande perturbação como uma falta, voltar a operar em torno de um ponto de equilíbrio estável, dentro de um certo intervalo de tempo após a eliminação do defeito causador do distúrbio

2.1 Classificação da estabilidade

A terminologia empregada na literatura para definir e classificar estabilidade, em especial a estabilidade de SEPs, apresenta distintos termos e interpretações, a depender da região e da época em que se considera sua utilização. Em função disso, busca-se uma nomenclatura unificada e consistente, que permita a coerência nas discussões deste trabalho com as demais referências na mesma área de pesquisa. Para tanto, utilizam-se as definições e classificações estabelecidas por [Kundur et al. \(2004\)](#).

Sua classificação baseia-se em três fatores principais:

- a natureza física da instabilidade resultante, geralmente indicada pela variável do sistema em que se observa o fenômeno;
- o tamanho ou a severidade do distúrbio considerado;
- os dispositivos, processos e, de maneira especial, o intervalo de tempo levados em conta na análise.

Uma visão geral a respeito das distintas categorias e subcategorias atribuídas ao fenômeno estabilidade encontra-se ilustrada na Figura 1.

À Estabilidade de Ângulo interessa a capacidade de um sistema interconectado de manter o sincronismo entre suas máquinas em condições normais de operação e quando da ocorrência de uma perturbação. A manutenção do sincronismo está relacionada ao equilíbrio entre torque mecânico e elétrico: há uma relação direta entre o balanço de potência e o afastamento angular (e, por conseguinte, o sincronismo) entre as máquinas do sistema.

A Estabilidade de Frequência relaciona-se à manutenção de uma frequência constante e estável em todas as máquinas. Um sistema com tal habilidade é considerado estável no que con-

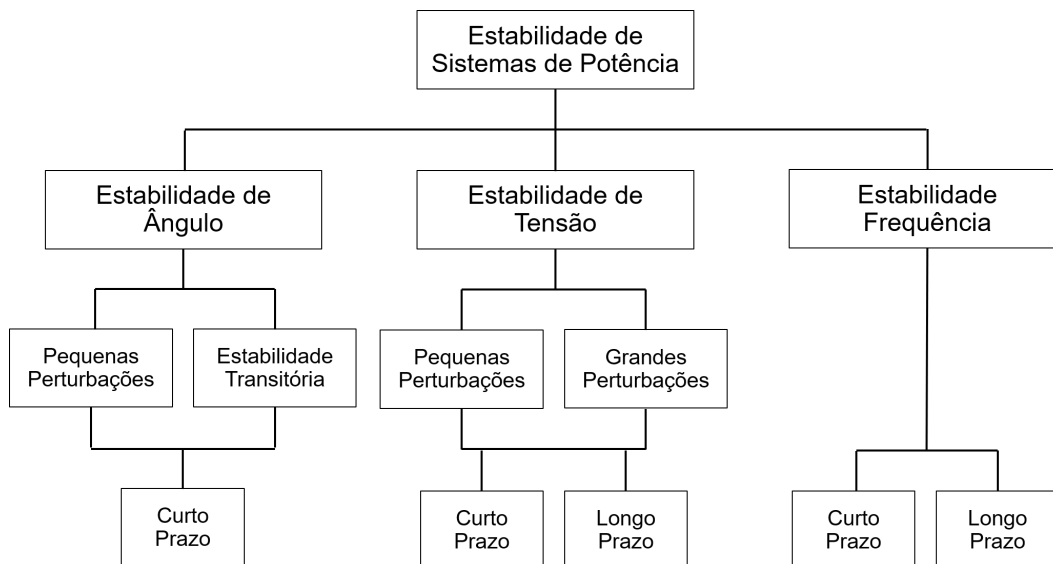
cerne a essa categoria. As análises mais empregadas para estudos de estabilidade de frequência são as respostas no domínio do tempo.

Por fim, a Estabilidade de Tensão diz respeito à capacidade que um sistema de potência possui de manter os níveis de tensão em seus barramentos constantes e estáveis. O equilíbrio entre potência fornecida e demanda da carga é decisivo sobre a estabilidade de tensão.

Quanto à gravidade do distúrbio a que um sistema é submetido, pode-se classificar a estabilidade como aquela relacionada a pequenas ou grandes perturbações.

No caso específico de análise de estabilidade do Sistema Máquina contra Barramento Infinito deste trabalho, interessa a Estabilidade Transitória de Ângulo, diretamente ligada à chamada relação potência *versus* ângulo.

Figura 1: Classificação geral de Estabilidade de Sistemas Elétricos de Potência.

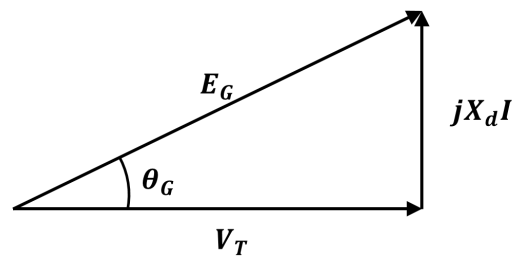


Fonte: Adaptada de Kundur et al. (2004)

Essa relação, evidenciada na Equação 3.14, apresentada na Subseção 3.4, estabelece uma correspondência entre o ângulo do eixo do rotor da máquina síncrona e o balanço entre torque elétrico e torque mecânico ou o fluxo de potência ativa entre o gerador e o barramento infinito.

O chamado ângulo de potência de um gerador é a diferença de fase entre sua tensão terminal e a tensão gerada, como mostrado na Figura 2. Essa grandeza relaciona-se diretamente à potência elétrica fornecida à rede pela máquina e interessa ao estudo de estabilidade à medida que difere da potência mecânica fornecida à máquina. O desbalanço entre potência mecânica e potência elétrica indica um desbalanço entre os respectivos torques e a imposição de certa aceleração ao rotor da máquina. Esse evento desloca o gerador de seu ponto de equilíbrio e pode levá-lo à instabilidade.

Figura 2: Representação fasorial da tensão gerada, E_G , e da tensão terminal, V_T , de um gerador síncrono.



Fonte: Adaptado de Kundur, Balu e Lauby (1994a, p. 21).

A preocupação com a estabilidade de ângulo deriva da necessidade de operação em sincronismo de todas as máquinas de um sistema e interessa ao presente trabalho à medida em que os Sistemas Elétricos de Potência baseiam a geração de energia elétrica na operação de máquinas síncronas. O sincronismo entre as máquinas é mantido por meio de torques restauradores, o que muito se relaciona ao conceito de estabilidade: um sistema estável pode ser entendido como aquele que apresenta equilíbrio entre as forças atuantes.

2.2 Métodos para análise de estabilidade

O problema de Estabilidade de Sistemas Elétricos de Potência é reconhecido como tal e estudado desde a década de 1920, quando os modelos empregados e os métodos de análise ainda eram limitados, entre outros fatores, pela falta de recursos computacionais capazes de solucionar suas equações diferenciais. Desde a década de 60, a preocupação específica com a Estabilidade Transitória dos sistemas de potência representa grande parte dos esforços no estudo de estabilidade (KUNDUR; BALU; LAUBY, 1994a, p. 37-39).

Ao longo do tempo, foram propostos diferentes métodos de análise de Estabilidade Transitória de SEPs, entre os quais destacam-se os métodos energéticos (métodos diretos), empregados tradicionalmente no ensino e estudo de estabilidade (KUNDUR; BALU; LAUBY, 1994a, p.941), e os chamados métodos passo a passo, que utilizam solução numérica das equações diferenciais do sistema.

O métodos diretos são aqueles baseados na teoria de Lyapunov, que fazem uso de funções energéticas dos sistemas para determinar sua região de estabilidade. Em Chiang, Wu e Varaiya (1987a), Bretas e Alberto (2000), Kundur, Balu e Lauby (1994a), Pai e Sauer (1989) é possível encontrar um panorama a respeito do desenvolvimento inicial dos mesmos métodos, bem como as bases teóricas necessárias ao seu entendimento.

O PEBS (*Potencial Energy Boundary Surface*) é uma ferramenta apresentada por Kakimoto, Ohsawa e Hayashi; Sasaki (1978, 1979 apud PAI; SAUER, 1989) que soluciona, por meio da função de energia, o problema da necessidade de se calcularem os pontos de equilíbrio

instáveis para estimativa da área de atração. Segundo [Bretas e Alberto \(2000\)](#), a análise da curva de energia potencial do sistema revela que ao redor do ponto de equilíbrio estável há uma bacia energética, cuja fronteira, chamada de PEBS, é formada pelos extremos de energia potencial e usada para estimar a área de atração. O trabalho de [Chiang, Wu e Varaiya \(1987b\)](#) apresenta bases matemáticas para o método e propõe testes e modificações pertinentes.

Entretanto os métodos diretos têm sua abordagem inicial associada ao ponto de equilíbrio de menor energia, o chamado *Closest UEP (Unstable Equilibrium Point)* ([KAKIMOTO; GLESS, 1966, 1966](#) apud [CHIANG; WU; VARAIYA, 1994](#)). Essa técnica de estimativa da área de atração leva em conta apenas informações do sistema pós falta e baseia-se no cálculo dos pontos de equilíbrio instáveis ao redor do ponto de equilíbrio estável ([BRETAS; ALBERTO, 2000](#), p. 97). O trabalho de [Chiang e Thorp \(1989](#) apud [BRETAS; ALBERTO, 2000](#)) propõe melhorias para o método.

A alternativa a esse método, abordada inicialmente em [Athay, Podmore e Virmani \(1979\)](#), [Athay et al. \(1979\)](#) baseia-se no ponto de equilíbrio de controle instável, ou *Controlling UEP*, para limitar a área de atração, elimina a necessidade de se calcularem os pontos de equilíbrio instáveis e leva em conta a trajetória em falta: o *UEP* de controle é definido com respeito à trajetória em falta. O BCU (*Boundary Controlling Unstable Equilibrium Point method*) é um método eficiente empregado no cálculo do ponto de equilíbrio instável de controle ([BRETAS; ALBERTO, 2000](#)). O trabalho de [Chiang, Wu e Varaiya \(1994\)](#) apresenta uma fundamentação teórica para o método BCU, bem como simulações computacionais e comparações pertinentes com outro método. Em [Llamas et al. \(1995\)](#) encontram-se considerações e esclarecimentos a respeito dos problemas e limitações do mesmo método.

Os métodos passo a passo são aqueles que realizam integração das Equações Diferenciais do SEP, por meio de métodos numéricos. Na seção 13.2 do trabalho de [Kundur, Balu e Lauby \(1994a\)](#) é feita a abordagem teórica dos principais métodos numéricos empregados na simulação computacional de sistemas de potência: Método de Euler, Método de Euler Modificado e os Métodos Runge-Kutta. A fundamentação matemática abordada no livro pode ser encontrada em maiores detalhes nos trabalhos de [Carnahan e Luther \(1969\)](#), [Gear \(1971\)](#), [Ralston e Wilf \(1960\)](#). Atualmente, a disponibilidade de recursos computacionais eficientes na implementação de métodos passo a passo permite que uma maior ênfase lhes seja dada no estudo e no ensino de estabilidade.

Ainda que haja um esforço computacional mais significativo e exista o impedimento de se trabalhar com sistemas em tempo real, o emprego de métodos numéricos na construção na área de atração traz consigo uma precisão notadamente maior na definição dos limites da região de estabilidade e uma maior simplicidade na compreensão e na implementação, convenientes à apresentação didática de conceitos e aplicações de estabilidade. Por essa razão, propõe-se o emprego de tais métodos na análise de estabilidade de um SEP cujos parâmetros físicos e elétricos são obtidos do modelo simplificado de um sistema real.

3 MODELAGEM DO SISTEMA

3.1 Máquina síncrona

A máquina síncrona é composta, basicamente, do ponto de vista construtivo, pelo circuito de campo, montado no rotor e o circuito de armadura polifásico, montado no estator. A construção de um modelo simplificado do Sistema Itaipu Binacional parte da compreensão a respeito da operação e do comportamento eletromecânico de uma máquina síncrona e, de forma mais específica, de um gerador síncrono de polos salientes.

A esse respeito, o modelo trabalhado neste estudo justifica-se a partir de considerações simplificadoras feitas a respeito da representação detalhada e baseada na Transformação $dq0$. Essa, por sua vez, um artifício matemático que consiste na mudança do referencial fixo para um referencial girante à velocidade síncrona.

3.2 Transformação $dq0$ e o Modelo Clássico

O comportamento das grandezas elétricas em uma máquina síncrona é descrito de forma completa por meio do equacionamento de seus 2 circuitos principais: enrolamentos trifásicos de armadura e enrolamento de campo. A saliência dos polos insere no modelo do gerador reatâncias variáveis com a posição do rotor, o que confere maior complexidade ao equacionamento dos circuitos considerados no modelo.

A maneira usual de simplificar a análise é transferir o referencial fixo para um novo eixo referencial, que gira à velocidade síncrona, criando um novo sistema de coordenadas. Para tanto, realiza-se a chamada Transformação $dq0$ ou Transformação de Park, uma ferramenta matemática que gera, a partir das variáveis de fase do estator, um novo conjunto de variáveis, provenientes da projeção das originais em dois eixos ortogonais e um eixo neutro, assim especificados:

- Eixo direto (d): alinhado ao eixo magnético do enrolamento de campo;
- Eixo em quadratura (q): adiantado de 90° em relação ao eixo direto;
- Eixo 0: eixo de sequência zero.

Trata-se de um modelo formado pelos enrolamentos de campo e amortecedores (também presentes na representação original) acrescidos de enrolamentos fictícios, situados nos 3 novos eixos, comportando-se de maneira equivalente aos enrolamentos de fase do circuito de armadura. As correntes que circulam pelos eixos desse novo sistema de coordenadas criam, em conjunto, o mesmo fluxo gerado pelas correntes de fase do circuito de armadura original.

Como resultado, tem-se o seguinte conjunto de equações para as tensões nos novos eixos, com valores dados em p.u.:

$$e_d = \frac{d\lambda_d}{dt} - \lambda_q\omega_r - R_a i_d \quad (3.1)$$

$$e_q = \frac{d\lambda_q}{dt} - \lambda_d\omega_r - R_a i_q \quad (3.2)$$

$$e_0 = \frac{d\lambda_0}{dt} - R_a i_0 \quad (3.3)$$

e_d : Tensão no eixo direto;

e_q : Tensão no eixo em quadratura;

e_0 : Tensão de sequência zero;

i_d : Corrente no eixo direto;

i_q : Corrente no eixo em quadratura;

i_0 : Corrente de sequência zero;

R_a : Resistência de armadura por fase;

λ_d : Fluxo concatenado pelo enrolamento do eixo direto;

λ_q : Fluxo concatenado do enrolamento do eixo em quadratura;

λ_0 : Fluxo concatenado da sequência zero;

ω_r : frequência angular do rotor.

As equações do rotor são escritas como:

$$e_{fd} = \frac{d\lambda_{fd}}{dt} + R_{fd} \cdot i_{fd} \quad (3.4)$$

$$0 = \frac{d\lambda_{kd}}{dt} + R_{kd} \cdot i_{kd} \quad (3.5)$$

$$0 = \frac{d\lambda_{kq}}{dt} + R_{kq} \cdot i_{iq} \quad (3.6)$$

e_{fd} : tensão induzida no enrolamento de campo

λ_{fd} :fluxo concatenado no enrolamento de campo;

λ_{kd} :fluxo concatenado no enrolamento amortecedor do eixo direto;

λ_{kq} :fluxo concatenado no enrolamento amortecedor do eixo em quadratura;

R_{fd} :resistência do enrolamento de campo;

R_{kd} :resistência do enrolamento amortecedor do eixo direto;

R_{kq} :resistência do enrolamento amortecedor do eixo em quadratura;

i_{fd} :corrente do enrolamento de campo;

i_{kd} :corrente do enrolamento amortecedor do eixo direto;

i_{kq} :corrente do enrolamento amortecedor do eixo em quadratura;

Em que os fluxos concatenados são representados em função das correntes transformadas para os eixos direto, em quadratura e a fase zero.

3.2.1 O Modelo Clássico

Nos estudos de estabilidade transitória em que se concentra esta monografia, o período de análise é curto (da ordem de milissegundos). Por essa e outras razões, a serem analisadas em maiores detalhes nesta Seção, é possível assumir algumas hipóteses simplificadoras e adotar como referência para representação de um gerador síncrono o Modelo Clássico, também conhecido como "*Voltage behind transient reactance*" (DANDENO et al., 2003). Consiste na representação de um gerador síncrono por meio de uma fonte de tensão de valor constante (durante o período de análise) e uma reatância em série, chamada Reatância Transitória e indicada pela variável X'_d .

A origem dessa representação remete a uma série de simplificações e hipóteses, coerentes ao estudo em questão. Entretanto, antes que sejam efetuadas suposições a respeito do objeto de estudo, é necessário estabelecer de maneira clara as condições em que opera o gerador, ou grupo de geradores, bem como a parcela específica do tempo total de operação que a análise representa. Desse modo, reafirma-se que esta análise diz respeito ao período de tempo que sucede a ocorrência de uma falta no sistema, sendo esse subdividido em outros dois intervalos de tempo: subtransitório e transitório.

O subtransitório é definido como o período imediatamente posterior à ocorrência da perturbação. Estende-se por todo o decaimento das correntes que surgem nos enrolamentos amortecedores devido ao fluxo estabelecido nos instantes seguintes à perturbação. Esse tempo corresponde, geralmente, aos primeiros ciclos posteriores à perturbação.

O intervalo transitório compreende o tempo de decaimento do fluxo no enrolamento de campo e termina quando do estabelecimento do regime permanente. Interessa-nos estudar o comportamento do sistema durante esse intervalo. Desse modo, em coerência com a análise desenvolvida neste trabalho, decide-se por desprezar os efeitos dos circuitos amortecedores no desenvolvimento do modelo a ser utilizado.

Para além dessa consideração, assumem-se hipóteses simplificadoras, coerentes com o objetivo do presente estudo, quais sejam, as hipóteses de que as tensões transformatórias são desprezíveis e a velocidade angular permanece constante.

Hipóteses simplificadoras

1. Tensões transformatórias desprezíveis

As tensões transformatórias são os termos diferenciais das equações 3.1 e 3.2 e representam os transitórios do estator. Sua inclusão resultaria em transitórios com componentes

em altas frequências, fato que demandaria passos de integração muito menores e tornaria o processo de integração muito mais lento. Mais longa ainda seria a execução de um algoritmo em que esse processo deve ser executado para cada condição inicial do intervalo considerado, como ocorre neste estudo. Portanto, desprezar tais termos é uma ação praticamente necessária quando se trata de uma análise por meio de simulação computacional com integração numérica das equações diferenciais.

Segundo (KUNDUR; BALU; LAUBY, 1994a), os efeitos dos termos transformatórios não são usualmente incluídos em estudos práticos, inclusive porque desprezá-los acrescenta à análise um certo grau de conservadorismo.

2. Variação da velocidade angular

Esta simplificação consiste em assumir que a velocidade angular, ω_r , nas equações de tensão do estator (Equações 3.1 e 3.2), é igual a 1 pu. De acordo com Kundur, Balu e Lauby (1994b), essa hipótese mostra-se como uma maneira de contrabalancear os efeitos de se desconsiderarem as tensões transformatórias. Maiores detalhes a respeito das demonstrações matemáticas que validam esta hipótese são apresentados pela referida obra.

Como resultados das considerações simplificadoras acima, tem-se as pode-se equacionar o comportamento das tensões do eixo direto e em quadratura do estator pelas Equações 3.7 e 3.8. As equações do rotor permanecem inalteradas com as considerações até então apresentadas.

$$e_d = -\lambda_q - R_a i_d \quad (3.7)$$

$$e_q = \lambda_d - R_a i_q \quad (3.8)$$

3. Circuito amortecedor

Desconsiderar efeitos amortecedores parte da premissa de que seu efeito é significativamente pequeno frente aos demais, quando se tem em vista a análise do comportamento transitório. Mais ainda, eventuais erros e imprecisões ocasionados por esta consideração podem ser corrigidas pela inclusão dos efeitos amortecedores na constante sintética de amortecimento, D . (FOUAD; ANDERSON, 2003)

Como resultado, as equações de tensão do rotor são reduzidas apenas à Equação 3.4 e suas equações de fluxo concatenado são simplificadas e existe a possibilidade de solucionar o sistema por métodos numéricos com um passo de integração maior.

4. Fluxo constante:

A premissa básica desta simplificação é a comparação da constante de tempo transitória do eixo direto em circuito aberto, T_{d0} com o intervalo de tempo da análise a ser efetuada, t_{span} . Pode-se dizer, de maneira concisa, que T_{d0} é um coeficiente da proporcionalidade com que a tensão no eixo direto responde às mudanças no fluxo de campo. Sendo assim, a conclusão que se chega de que o tempo de análise é muito inferior a essa constante, permite assumir um fluxo de campo, λ_{fd} , permanece aproximadamente constante durante o período transitório observado. Dessa forma, a Equação 3.4 perde o termo diferencial e passa a ser uma equação algébrica.

A adoção do Modelo Clássico reduz a ordem do sistema (torna-se um sistema dinâmico não linear de segunda ordem). Em consequência o esforço computacional empregado na resolução numérica das equações diferenciais é significativamente menor e o tempo de integração torna-se não somente praticável, mas também possibilita a realização de inúmeras análises.

Isso traz grandes vantagens ao estudo e torna-se especialmente aplicável a disciplinas de graduação voltadas para o ensino de estabilidade. Modelos mais detalhados não só introduzem grande complexidade mas tornam a análise com variação de parâmetros impeditiva.

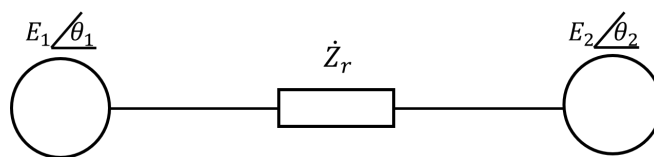
3.3 Relação ângulo potência

Mostra-se necessário ao estudo de estabilidade transitória, de uma maneira geral, o entendimento a respeito da relação entre o afastamento angular entre os rotores de cada máquina do sistema e a potência intercambiada entre elas, a chamada Relação Ângulo Potência.

O presente estudo trata do caso de múltiplos geradores responsáveis pelo fornecimento de energia a um sistema representado por uma barra infinita. Uma vez que as máquinas estudadas são representadas de maneira equivalente por um único gerador síncrono expresso segundo o Modelo Clássico, ao que concerne esta análise, pretende-se considerar a troca de potência entre o gerador e a barra infinita.

Sendo assim, considera-se o circuito geral da Figura 3. Pretende-se determinar a potência elétrica que circula entre os terminais das tensões de módulos E_1 e E_2 , passando pela impedância resultante, Z_r , entre os mesmos.

Figura 3: Circuito geral para representação da relação ângulo potência



Fonte: Elaborada pelo autor (2019).

Seja I_r a circulando pela referida impedância.

$$\begin{aligned}
\dot{I}_r &= \frac{\dot{E}_1 - \dot{E}_2}{\dot{Z}_r} \\
\dot{I}_r^* &= \frac{\dot{E}_1^* - \dot{E}_2^*}{\dot{Z}_r^*} \\
\dot{I}_r^* &= \frac{E_1 \angle(-\theta_1) - E_2 \angle(-\theta_2)}{Z_r \angle(-\theta_Z)} \\
\dot{I}_r^* &= \frac{E_1}{Z_r} \angle(\theta_Z - \theta_1) - \frac{E_2}{Z_r} \angle(\theta_Z - \theta_2)
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Sendo assim, a potência entregue ao sistema, na barra cuja tensão é \dot{E}_2 é dada pela Equação 3.10

$$\begin{aligned}
S &= \dot{E}_2 \cdot \dot{I}_r^* \\
S &= \frac{E_1 \cdot E_2}{Z_r} \angle(\theta_2 + \theta_Z - \theta_1) - \frac{E_2^2}{Z_r} \angle(\theta_Z)
\end{aligned} \tag{3.10}$$

A potência ativa entregue à rede é dada pela Equação 3.11.

$$P = \frac{E_1 \cdot E_2}{Z_r} \cos(\theta_2 + \theta_Z - \theta_1) - \frac{E_2^2}{Z_r} \cos(\theta_Z) \tag{3.11}$$

Tendo em vista que o objetivo é a análise da potência entregue em um Sistema Máquina contra Barra Infinita, pode-se assumir:

- Z_r corresponde à impedância resultante entre o terminal do gerador e a barra infinita;
- E_1 representa a tensão terminal do gerador;
- E_2 representa a tensão na barra infinita;
- A impedância Z_r é uma reatância pura e, portanto, $\theta_Z = \frac{\pi}{2}$.

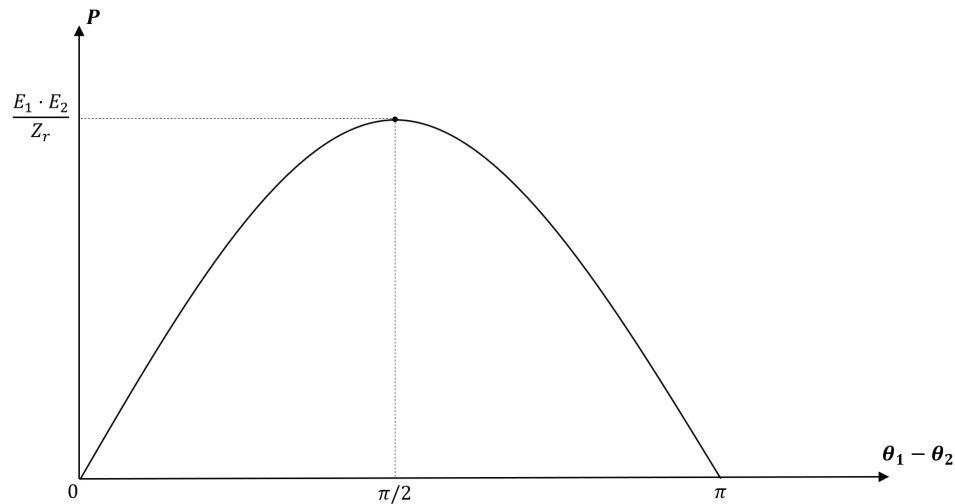
Dessa forma, a Equação 3.11 pode ser escrita na forma da Equação 3.12.

$$P = \frac{E_1 \cdot E_2}{Z_r} \text{sen}(\theta_1 - \theta_2) \tag{3.12}$$

Sendo θ_1 o ângulo elétrico do rotor da máquina síncrona, a Equação 3.12 estabelece uma relação direta entre a potência elétrica entregue à rede e a posição angular do eixo do gerador, o que justifica a atenção dada à referida grandeza no estudo de estabilidade.

A Figura 4 ilustra a curva da potência entregue à rede em função do afastamento angular entre o gerador e a tensão do barramento infinito, destacando que o valor máximo ocorre para um afastamento de $\frac{\pi}{2}$.

Figura 4: Curva da relação ângulo potência para duas máquinas síncronas



Fonte: Elaborada pelo autor (2019).

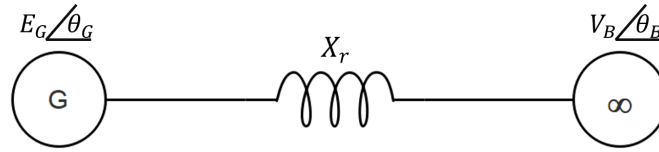
Em Bretas e Alberto (2000, p. 32-34) é possível encontrar observações detalhadas a respeito do balanço entre potência elétrica e mecânica do sistema, sua ligação com a relação ângulo potência e com a estabilidade do mesmo sistema.

3.4 Equação de swing

Tendo assim estabelecido os meios pelos quais se modela o comportamento elétrico do sistema, pretende-se descrever seu comportamento eletromecânico por meio da Equação de swing.

Adota-se como referência para representação de um gerador síncrono o Modelo Clássico (DANDENO et al., 2003). Ele consiste na representação de um gerador síncrono por meio de uma fonte de tensão de valor constante (durante o período de análise) e uma reatância em série, chamada Reatância Transitória e indicada pela variável X'_d .

Figura 5: Diagrama unifilar de um sistema genérico



Fonte: Elaborada pelo autor (2019).

Sejam as seguintes grandezas:

- E_G : tensão gerada na máquina síncrona, em p.u.;
- θ_G : ângulo de tensão gerada, em radianos;
- V_B : tensão no barramento infinito, em p.u.;
- θ_B : ângulo de tensão no barramento infinito, em radianos;
- X_r : reatância resultante entre o terminal correspondente à tensão interna do gerador e o barramento infinito, em p.u..

A potência elétrica que circula entre o gerador e a barra infinita, p_e , em p.u., é dada pela Equação 3.13.

$$p_e = \frac{E_G V_B}{X_r} \text{sen}(\theta_G - \theta_B) \quad (3.13)$$

Assumindo a referência angular na barra infinita, $\theta_B = 0 \text{ rad}$ e a Equação 3.13 é reescrita, chegando-se à Equação 3.14.

$$p_e = \frac{E_G V_B}{X_r} \text{sen}(\theta_G) \quad (3.14)$$

Considera-se uma máquina síncrona cujas massas rotativas acopladas ao eixo do rotor possuem um momento de inércia J , dado em $kg \cdot m^2$. O torque resultante T_r , dado em $N \cdot m$, relaciona-se à aceleração angular do rotor pela Equação 3.15.

$$T_r = J \ddot{\theta}_m(t) \quad (3.15)$$

Em que θ_m , dado em radianos, é o ângulo mecânico entre o rotor e uma referência girante à velocidade angular mecânica síncrona, ω_s ¹.

¹ Interessa ao estudo de estabilidade transitória adotar a posição angular do rotor com relação a um referencial girante e não a um referencial fixo, sem incorrer na inconveniência de se ter um referencial não inercial. Maiores considerações podem ser encontradas em Ramos, Alberto e Bretas (2000)

A Equação 3.15 é a chamada Equação de *swing* e rege o comportamento mecânico do rotor da máquina, com base no momento de inércia de suas massas rotativas e no torque resultante aplicado ao eixo. Sabe-se que atuam sobre o gerador um torque mecânico, T_m , originário da máquina prima e responsável por acelerar o rotor, e o torque elétrico, T_e , de caráter desacelerador, exercido pelas cargas ligadas aos terminais do estator da máquina. Assim, o torque resultante pode ser escrito conforme a Equação 3.16.

$$T_r = T_m - T_e \quad (3.16)$$

Seja $\omega_m = \dot{\theta}_m$, tem-se que:

$$\omega_m \cdot T_r = P_r$$

$$\omega_m(T_m - T_e) = P_m - P_e \quad (3.17)$$

Em que:

- P_r é a potência resultante sobre o gerador, em W ;
- P_m é a potência mecânica, em W , fornecida pelo agente motor;
- P_e é a potência elétrica, em W , devida às cargas ligadas ao gerador.

Substituindo 3.15 em 3.17, tem-se a Equação 3.13.

$$J\omega_m\ddot{\theta}_m = P_m - P_e \quad (3.18)$$

Convém abordar o equacionamento analisando o ângulo elétrico da máquina, θ_e , formado entre o campo magnético do rotor e a referência girante. Pode-se relacioná-lo ao ângulo mecânico, θ_m , por meio da Equação 3.19.

$$\begin{aligned} \omega_e &= \frac{p}{2}\omega_m \\ \dot{\theta}_e &= \frac{p}{2}\dot{\theta}_m \\ \ddot{\theta}_m &= \frac{2}{p}\ddot{\theta}_e \end{aligned} \quad (3.19)$$

Em que p é número de polos do gerador.

3.4.1 Constante de inércia (H)

O momento de inércia e o momento angular do conjunto eixo-rotor são importantes na determinação da energia cinética e na inércia das massas rotativas do sistema e tornam-se determinantes na análise da área de atração à medida em que relacionam-se à dificuldade que o conjunto oferece à mudança de estado, de velocidade. De maneira sucinta, espera-se que o sistema apresente maior dificuldade em desacelerar suas massas e retornar ao ponto de equilíbrio à medida que seu momento de inércia apresenta-se maior.

Ocorre, entretanto, que a mensuração dessa grandeza apresenta-se um tanto complexa pela intrincada geometria dos componentes mecânicos e também pelo difícil acesso a esses parâmetros. Assim, a constante de inércia mostra-se como uma opção pragmática e uma grandeza útil em determinar a energia cinética do sistema de interesse, à medida em que representa a influência dos mesmos aspectos físicos antes mencionados na estabilidade das máquinas e pode ser obtida com maior facilidade. Desse modo, a Equação 3.18 apresenta a grandeza M_m , denominada por Kimbark (1995) de momento angular e definida como o produto entre a velocidade angular mecânica, ω_m , e o momento de inércia, J .

$$M_m = J\omega_m \quad (3.20)$$

Uma abordagem mais rigorosa deve levar em conta a variação de sua magnitude no período posterior à ocorrência de uma perturbação. Entretanto, para os propósitos definidos no escopo deste trabalho, especialmente quando se tem em vista o estudo de um caso prático, não há prejuízo em assumir um valor constante para o momento angular, uma vez que a velocidade angular apresenta variação pequena em comparação à velocidade síncrona, ω_s .

Assim, assume-se que ω_m está bem próxima de ω_s , um vez que, sendo aquela muito discrepante desta, a máquina encontrar-se-ia em situação de perda de sincronismo. Dito isso, pode-se afirmar a Equação 3.21.

$$M_m = J\omega_m \approx J\omega_s \quad (3.21)$$

Já a constante de inércia, H é definida como a razão entre a energia cinética, E_C , armazenada nas massas rotativas e a potência base trifásica, S_B , quando a máquina encontra-se girando à velocidade síncrona mecânica, ω_s .

$$H = \frac{E_C}{S_B} = \frac{J\omega_s^2}{2S_B} \quad (3.22)$$

Assim, de 3.21, 3.18 e 3.19, tem-se a Equação 3.23.

$$\frac{2M_m}{p}\ddot{\theta}_e = P_m - P_e \quad (3.23)$$

Utilizando-se uma potência base do sistema, S_B , escreve-se a Equação 3.23 na forma da Equação 3.24.

$$\frac{2M_m \ddot{\theta}_e}{pS_B} = \frac{P_m}{S_B} - \frac{P_e}{S_B} = p_m - p_e \quad (3.24)$$

$$\frac{p\omega_m}{4} \cdot \left(\frac{2M_m \ddot{\theta}_e}{pS_B} \right) = \frac{p\omega_m}{4} \cdot \left(\frac{P_m}{S_B} - \frac{P_e}{S_B} \right) = \frac{p\omega_m}{4} \cdot (p_m - p_e) \quad (3.25)$$

Se $\omega_m \approx \omega_s$:

$$H\ddot{\theta}_e = \frac{p\omega_s}{4} \cdot (p_m - p_e) \quad (3.26)$$

$$\frac{4}{p\omega_s} H\ddot{\theta}_e = p_m - p_e \quad (3.27)$$

Seja

$$M = \frac{4}{p\omega_s} H\ddot{\theta}_e \quad (3.28)$$

Então, é possível escrever a Equação 3.27 na forma da Equação 3.29.

$$M\ddot{\theta}_e = p_m - p_e \quad (3.29)$$

Por fim, sabe-se da existência de forças de atrito na máquina, responsáveis por amortecimentos dissipadores de potência e proporcionais à sua velocidade angular. Podem-se sintetizar esses efeitos amortecedores por meio de um único coeficiente, D , tornando-se, a equação de balanço da máquina, a Equação 3.30.

$$M\ddot{\theta}_e + D\dot{\theta}_e = p_m - p_e \quad (3.30)$$

Considerando o ângulo elétrico $\theta_e = \theta_G$ e substituindo a Equação 3.14 em 3.30, obtém-se a equação diferencial que descreve o comportamento do sistema, apresentada na Equação 3.31.

$$M\ddot{\theta}_G + D\dot{\theta}_G = p_m - \frac{E_G V_B}{X_r} \text{sen}(\theta_G) \quad (3.31)$$

3.4.2 Constante de amortecimento (D)

Segundo Agrawal et al. (1999) podem-se elencar sete componentes de amortecimento para o caso de gerador síncrono hidrelétrico. Como o sistema estudado caracteriza-se como autônomo, somente alguns desses componentes são relevantes à análise, quais sejam::

1. Amortecimento devido à característica torque *versus* velocidade da turbina do gerador;
2. Amortecimento devido às cargas ligadas ao sistema;
3. Amortecimento elétrico devido às correntes no enrolamento do amortecedor do rotor;
4. Efeitos do sistema de excitação, bem como o impacto do PSS (*Power System Stabilizer*);
5. Efeitos do controlador de frequência;
6. Perdas transitórias associadas à rede e ao estator do gerador no período posterior ao transitório;
7. Amortecimento material devido a ciclos de tensão-deformação causados por oscilações torcionais.

Alguns dos componentes são inerentes ao modelo adotado e outros podem ser estimados e calibrados em cada estudo, a depender da forma escolhida para representar a máquina síncrona. O autor esclarece e justifica a pertinência de se desconsiderarem os itens 7 e 6, prática também adotada neste trabalho.

Para além dessas considerações, são indiferentes, para o escopo deste estudo, os efeitos do sistema de excitação e do controlador de frequência (4 e 5), uma vez que, neste caso, o sistema é assumido autônomo.

Sendo o modelo adotado para a representação da máquina síncrona o Modelo Clássico, a constante de amortecimento, D , configura-se como uma grandeza sintética responsável por agregar os efeitos amortecedores pertinentes, a saber, qualquer influência das cargas dependentes de frequência, possíveis efeitos do enrolamento amortecedor do rotor e da característica torque-velocidade do gerador. Não há consenso quanto ao valor a ser adotado, mesmo porque há uma grande dependência em relação a especificidades do sistema em questão.

Em Fouad e Anderson (2003) há a recomendação de que se adotem valores entre 1 *p.u.* e 3 *p.u.*, enquanto Agrawal et al. (1999) fala em estudos em que o sistema representado pelo Modelo Clássico deveria ter amortecimentos com valores mínimos ainda maiores.

4 ÁREA DE ATRAÇÃO

4.1 Conceito

A área de atração é uma região no plano de fase definida em função de um ponto de equilíbrio estável se um sistema dinâmico. Sendo assim, considere-se um sistema dinâmico autônomo não linear como o que segue:

$$\dot{x} = f(x) \quad (4.1)$$

com $x \in R^n$ como o vetor de variáveis de estado do sistema. Devemos assumir que f é um campo vetorial de classe C^1 .

O caso particular do Sistema Simplificado Binacional Itaipu, representado por um único gerador síncrono, na forma do Modelo Clássico (o sistema da Equação 3.31) é representado em sua forma de espaço de estados pelas Equações 4.3 e 4.4.

$$x_1 = \theta_G \quad (4.2)$$

$$x_2 = \dot{\theta}_G = \dot{x}_1 \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{M} \cdot \left(p_m - D \cdot x_2 - \frac{E_G V_B}{X_r} \cdot \text{sen}(x_1) \right) \end{aligned} \quad (4.4)$$

O ponto de equilíbrio deve satisfazer a Equação 4.5.

$$f(x) = 0 \quad (4.5)$$

Sendo assim, para o caso considerado neste trabalho, pode-se escrever

$$x_{2_0} = 0 \quad (4.6)$$

$$\frac{1}{M} \cdot \left(p_m - D \cdot x_{2_0} - \frac{E_G V_B}{X_r} \cdot \text{sen}(x_{1_0}) \right) = 0$$

$$p_m - \frac{E_G V_B}{X_r} \cdot \text{sen}(x_{10}) = 0$$

$$x_{10} = \arcsen\left(\frac{X_r}{E_G V_B}\right) \quad (4.7)$$

Seja uma trajetória do sistema iniciando em x_0 para $t = 0$ escrita como $\Phi(t, x_0)$. Um "conjunto atrator" é um conjunto fechado e invariante γ com uma vizinhança V tal que, para uma condição inicial $x_0 \in V$, a trajetória $\Phi(t, x_0)$ permanece em V , $\forall t \geq 0$ e $\Phi(t, x_0) \rightarrow \gamma$ quando $t \rightarrow \infty$ (ALBERTO; CHIANG, 2011).

A área de atração, ou região de estabilidade, de um conjunto atrator é o conjunto aberto invariante de pontos no espaço de estados, $A(\gamma)$, é definida como:

$$A(\gamma) = \{x_0 \in R^n : \Phi(t, x_0) \rightarrow \gamma, t \rightarrow +\infty\} \quad (4.8)$$

Considera-se o conjunto atrator x_s , um ponto de equilíbrio hiperbólico assintoticamente estável do sistema. Então sua área de atração, ou região de estabilidade, $A(x_s)$ é, o conjunto de pontos no espaço de estados os quais, sendo condições iniciais do sistema, ocasionam que o sistema convirja para x_s .

O conceito de área de atração provém da necessidade de conhecimento a respeito do comportamento local de um sistema dinâmico não linear e torna-se útil ao estudo de estabilidade de sistemas de potência à medida em que permite determinar, por exemplo, condições de operação estáveis e tempos críticos de eliminação de falta.

Em sistemas dinâmicos não lineares, nem todas as condições iniciais de operação ocasionam que sua trajetória do convirja para o ponto de equilíbrio estável. Sendo assim, deseja-se conhecer o conjunto de condições iniciais dadas pela definição em 4.8.

No caso específico de um SEP, em que o afastamento angular entre os rotores de suas máquinas tende a crescer quando da ocorrência de uma falta, interessa conhecer os pontos do plano de fase que, sendo condições iniciais do sistema pós falta, levam o sistema a atingir seu ponto de equilíbrio.

4.2 Caracterização da fronteira

A construção gráfica, bem como a definição matemática da área de atração estão condicionadas ao entendimento de sua fronteira, a delimitação, no espaço de estados, do conjunto assim denominado. Alberto e Chiang (2011) introduz os teoremas que apresentam a caracterização analítica da fronteira da área de atração, bem como elenca como maiores detalhes e demonstrações, todo aparato topológico necessário ao desenvolvimento teórico dessa construção.

Qual seja o aprofundamento matemático empregado na análise dos limites da área de atração, é imprescindível a compreensão da chamada Função de Energia.

Chiang, Wu e Varaiya (1987a) define uma Função de Energia, $V(x)$, como uma função de classe \mathcal{C}^1 , com $V : R^n \rightarrow R$ se:

1. $\dot{V}(\Phi(x, t)) \leq 0$, em $x \notin E$;
2. Se x não é um ponto de equilíbrio, então, o conjunto $t \in R : (\Phi(x, t)) = 0$ tem dimensão zero em R ;
3. Se $V(\Phi(x, t))$ é limitada, então $\Phi(x, t)$ é limitada.

Em que E denota o conjunto de pontos de equilíbrio do sistema 4.1.

Alberto e Chiang (2011) trata do conceito de Função de Energia Generalizada como uma generalização da Função de Energia já definida, com o intuito de abranger a análise de fronteiras de área de atração também para sistemas não lineares com conjuntos limites mais complexos. Não se trata, entretanto, do caso abordado neste trabalho. Para tanto, é suficiente a definição já apresentada.

Vale, no entanto, atentar para uma observação levantada no mesmo artigo a respeito da distinção que deve ser feita entre as Funções de Energia e as Funções de Lyapunov, relevantes para a análise baseada em métodos diretos. A ênfase no âmbito local da função de Lyapunov e a restrição adicional de que ela seja definida positiva marcam essa distinção importante.

A respeito da relevância de uma função de energia para a análise de estabilidade de um sistema dinâmico, coloca-se o teorema a seguir:

Teorema 4.2.1. *Se existe uma função de energia para o sistema dinâmico 4.1, então toda trajetória na fronteira, $\partial A(x_s)$, da região de estabilidade do ponto de equilíbrio x_s converge para um dos pontos de equilíbrio na mesma fronteira.*

A existência da função de energia, como ressaltam os autores, garante que a fronteira da região de estabilidade não apresenta nenhum ciclo limite ou qualquer comportamento mais complexo. Além disso, pode-se identificar, a partir do mesmo teorema, pontos de duas categorias compondo os limites da região de estabilidade:

1. Os chamados pontos de equilíbrio instáveis (u.e.p.) (*Unstable Equilibrium Points*);
2. Os pontos pertencentes às suas variedades estáveis.

Corolário 4.2.2. *A fronteira da área de atração, denotada por $\partial A(x_s)$, pode ser caracterizada como a união das variedades estáveis de todos os pontos de equilíbrio instáveis na fronteira.*

$$\partial A(x_s) \subseteq \cup_{x_i \in \partial A(x_s)} W^s(x_i) \quad (4.9)$$

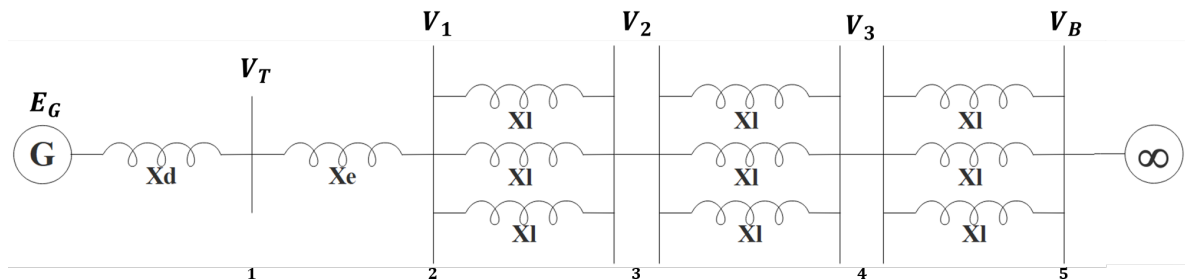
5 CONSTRUÇÃO DA ÁREA DE ATRAÇÃO

A apresentação dos conceitos relacionados à caracterização teórica da fronteira da área de atração contextualizam a interpretação física no que diz respeito ao comportamento do sistema dinâmico, e trazem a formalização do que, na prática, se conhece como o conjunto de condições estáveis de operação do sistema.

Entretanto, como existe a busca por maior precisão na definição dos limites da região de estabilidade no plano de fase, tomam-se os aspectos teóricos como referências, delegando ao método passo a passo a função de definir, de fato, o conjunto de pontos pertencentes à área de atração.

O sistema considerado para estudo no presente trabalho consiste de um grupo de 10 geradores síncronos de 4 polos salientes conectados a seus respectivos transformadores elevadores de tensão. Estes, encontram-se ligados pelo secundário ao barramento do qual partem as linhas de transmissão: 3 circuitos paralelos e divididas em 3 segmentos, representando o tronco de 765 KV que vai de Itaipu 60 Hz à subestação de Tijuco-Preto. Uma visão geral do sistema é ilustrada na Figura 6. A análise matemática do comportamento eletromecânico do circuito segue o estudo feito em [Bretas e Alberto \(2000\)](#).

Figura 6: Modelo simplificado do setor de 60 Hz da Usina Hidroelétrica Itaipu Binacional.



Fonte: Elaborada pelo autor (2018).

Na Figura 6, o grupo de 10 geradores é representado por um único gerador seguido de sua reatância síncrona X'_d , em acordo com o Modelo Clássico; os 10 transformadores elevadores são representados por sua reatância equivalente, X_e ; os 3 segmentos de 3 linhas são representados pelas reatâncias X_l . Consideram-se, portanto, 5 barramentos, a saber aqueles identificados na Figura 6 pelas tensões V_T , V_1 , V_2 , V_3 e V_B , respectivamente.

O Sistema Máquina contra Barramento Infinito é descrito por uma equação diferencial ordinária de segunda ordem não linear (Equação 3.31). Assim, sua solução não pode ser obtida de forma analítica e, para compreender o comportamento do sistema em cada configuração de condições iniciais de interesse, é necessário que se faça uso de uma solução numérica.

Para tanto, utiliza-se como ferramenta o *solver ode45* do *software* MATLAB. Trata-se de um algoritmo de integração numérica aplicável a equações diferenciais ordinárias ou sistemas de equações do tipo *nonstiff* e baseado na fórmula Runge-Kutta (4,5) (par Dormand-Prince)(SHAMPINE; REICHEL, 1997).

Para cada uma das condições, pré falta, em falta e pós falta, soluciona-se a equação diferencial cujas condições iniciais são os são as variáveis de estado finais da condição anterior. Para o caso pré falta, a condição inicial é o próprio ponto de equilíbrio.

Sejam:

- $x_{s_{pre}} = (x_{1s_{pre}}, x_{2s_{pre}})$: ponto de equilíbrio da condição pré falta;
- $x_{s_f} = (x_{1s_f}, x_{2s_f})$: ponto de equilíbrio da condição em falta;
- $x_{s_{pos}} = (x_{1s_{pos}}, x_{2s_{pos}})$: ponto de equilíbrio da condição pós falta;
- $t_{pre} = 0$: tempo de início da análise;
- t_f : tempo em que ocorre a falta;
- t_{pos} : tempo em que a falta é eliminada.

Temos que:

$$x_{2s_{pre}} = x_{2s_f} = x_{2s_{pos}} = 0 \quad (5.1)$$

$$x_{1s_{pre}} = \text{acsen} \left(\frac{X_{pre}}{E_G \cdot V_B} \right) \quad (5.2)$$

$$x_{1s_f} = \text{acsen} \left(\frac{X_f}{E_G \cdot V_B} \right) \quad (5.3)$$

$$x_{1s_{pos}} = \text{acsen} \left(\frac{X_{pos}}{E_G \cdot V_B} \right) \quad (5.4)$$

5.1 Sistema na condição pré falta

A princípio, tem-se o sistema na condição pré falta. A relação ângulo potência entre o terminal do gerador (equivalente à tensão E_G) e o barramento infinito (V_B) é dada pela Equação 5.5.

$$\begin{aligned} p_{pre} &= \frac{E_G \cdot V_B}{X_{pre}} \cdot \text{sen}(\theta_G) \\ p_{pre} &= \frac{E_G \cdot V_B}{X_{pre}} \cdot \text{sen}(x_1) \end{aligned} \quad (5.5)$$

Em que p_{pre} é a potência elétrica pré falta e X_{pre} é a reatância equivalente entre o nó da tensão interna do gerador e o barramento infinito, calculada em *software* por meio da aplicação da Redução de Kron. Sendo assim, deve-se solucionar o sistema da Equação 4.4 no intervalo de tempo $[0, t_f]$.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{M} \cdot (p_m - D \cdot x_2 - \frac{E_G V_B}{X_{pre}} \cdot \text{sen}(x_1)) \\ x_{1_0} &= x_1(0) \\ x_{2_0} &= x_2(0) \end{cases} \quad (5.6)$$

O sistema representado pela Equação 5.6 é solucionado por meio do método de integração numérica referenciado, para o intervalo de tempo $[0, t_f]$. O estado final do sistema nesse caso é $(x_1(t_f), x_2(t_f))$.

5.2 Sistema na condição em falta

Com o sistema operando nas condições definidas anteriormente, considera-se a ocorrência de um curto circuito trifásico no lado de alta tensão do transformador, barra 2, no tempo t_f , situação para a qual a relação ângulo potência fica condicionada ao novo valor da reatância equivalente, X_f , obtida em função da nova configuração do circuito e dada pela Equação 5.7.

$$\begin{aligned} p_f &= \frac{E_G \cdot V_B}{X_f} \cdot \text{sen}(\theta_G) \\ p_f &= \frac{E_G \cdot V_B}{X_f} \cdot \text{sen}(x_1) \end{aligned} \quad (5.7)$$

O novo sistema de equações diferenciais a ser solucionado é dado pela Equação 5.8 e, como já mencionado, suas condições iniciais coincidem com o estado final do sistema em condição pré falta.

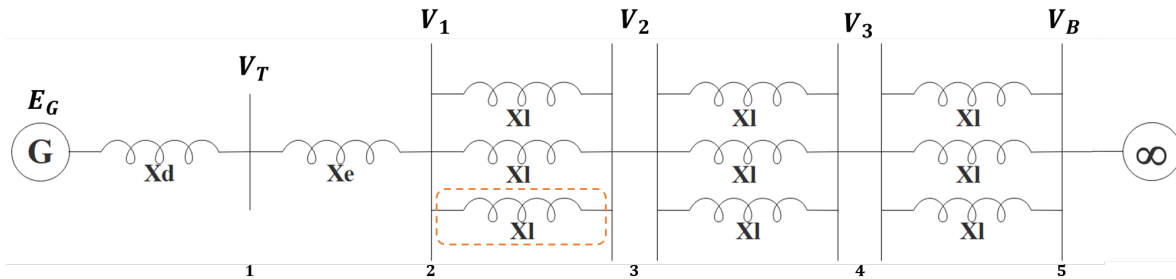
$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{M} \cdot (p_m - D \cdot x_2 - \frac{E_G V_B}{X_f} \cdot \text{sen}(x_1)) \\ x_{1_0} &= x_1(t_f) \\ x_{2_0} &= x_2(t_f) \end{cases} \quad (5.8)$$

Soluciona-se o conjunto de equações por meio do mesmo método de integração numérica para o intervalo de tempo $[t_f, t_{pos}]$.

5.3 Sistema na condição pós falta

No instante t_{pos} a falta é eliminada, como indicado na Figura 7.

Figura 7: Indicação da linha eliminada no modelo simplificado para eliminação da falta.



Fonte: Elaborada pelo autor (2019).

Com a eliminação de uma das linhas entre as barras 2 e 3, efetua-se mais uma vez a Redução de Kron para obter a nova reatância equivalente entre o nó da tensão interna do gerador e a barra 5 na condição de pós falta, X_{pos} .

$$p_f = \frac{E_G \cdot V_B}{X_{pos}} \cdot \text{sen}(\theta_G)$$

$$p_f = \frac{E_G \cdot V_B}{X_{pos}} \cdot \text{sen}(x_1) \quad (5.9)$$

O sistema a ser solucionado é dado pela Equação 5.10. Este é o sistema genérico cuja área de atração será traçada, com base em sua solução numérica para diferentes valores de (x_{10}, x_{20}) .

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{M} \cdot \left(p_m - D \cdot x_2 - \frac{E_G V_B}{X_{pos}} \cdot \text{sen}(x_1) \right) \end{cases} \quad (5.10)$$

5.4 Algoritmo de construção da área de atração

Seja o sistema dinâmico dado pela Equação 4.1 um sistema não linear de segunda ordem como aquele dado pelas Equações 4.3 e 4.4. O cálculo da área de atração é realizado por meio da solução do sistema dinâmico para um número abrangente de condições iniciais: tomam-se valores iniciais para x_1 entre $x_{1_{min}}$ e $x_{1_{max}}$ e para x_2 entre $x_{2_{min}}$ e $x_{2_{max}}$.

A cada simulação, verificam-se as variáveis de estado do sistema: caso estejam muito próximas ao ponto de equilíbrio, ou seja, a uma distância menor que um dado limite inferior,

indicam condições iniciais pertencentes à área de atração; trajetórias que extrapolem um dado limite superior de distância indicam condições iniciais fora da área de atração; trajetórias que não atendam a nenhuma das condições anteriores são interpretadas como pertencentes à fronteira da região de estabilidade. Caso a trajetória não tenha atingido nenhum dos limites, considera-se a condição inicial correspondente como parte de uma região de fronteira.

Define-se, de maneira sistemática, um algoritmo de construção de sua Área de Atração, segundo o conjunto de passos que segue.

1. Dadas as variáveis de estado x_1 e x_2 , arbitram-se seus valores mínimos e máximos, de acordo com a área do plano de fases que se deseja abranger: $x_{1_{min}}, x_{1_{max}}, x_{2_{min}}, x_{2_{max}}$;
2. Define-se o número de pontos (chamado num) em que se deseja dividir a área delimitada pelos valores determinados no passo anterior, ou seja, o número valores, em cada eixo, a serem assumidos pelas condições iniciais para as quais pretende-se analisar o comportamento do sistema, de modo que se tenha um conjunto de $num \times num$ pontos;
3. Determina-se o tempo t_{step} de integração;
4. Determina-se o tempo total de simulação, t_{span} , de modo que $t_{span} = n \cdot t_{step}$, $n \in \mathbb{N}$;
5. Arbitram-se os raios das superfícies que delimitam as trajetórias do sistema no espaço de estados. Sejam o raio da "bola maior", r_M e o raio da "bola menor", r_m :
 - a) r_M separa as trajetórias que divergem do ponto de equilíbrio das demais. Caso a distância entre o ponto da trajetória e o ponto de equilíbrio ultrapassem o valor definido como r_M , diz-se que a trajetória do sistema divergiu, caso contrário, deve-se verificar se ela aproxima-se o suficiente do ponto de equilíbrio para que se afirme com certeza que ela converge;
 - b) r_m separa as trajetórias que convergem para o ponto de equilíbrio das demais. Caso a distância entre o ponto da trajetória e o ponto de equilíbrio seja menor que o valor de r_m , assume-se que a trajetória aproxima-se o suficiente do ponto x_s e deve convergir para o mesmo ponto.
6. Para cada uma das num^2 condições iniciais tomadas entre $x_{1_{min}}, x_{1_{max}}, x_{2_{min}}$ e $x_{2_{max}}$ o sistema é solucionado pelo mesmo método numérico mencionado no início desta Seção, através do *solver ode45*, para o intervalo de tempo $[t_{inicial}, t_{final}]$:
 - a) Inicialmente: $t_{inicial} = 0$ e $t_{final} = t_{step}$;
 - b) O sistema é solucionado para a condição inicial escolhida e analisam-se suas variáveis de estado finais, $x(t_{final}) = (x_1(t_{final}), x_2(t_{final}))$;

- i. Se $|x(t_{final}) - x_s| < r_m$: O sistema convergiu para o ponto de equilíbrio e a condição inicial é marcada como pertencente à área de atração e (x_{10}, x_{20}) assumem o valor do próximo ponto a ser analisado;
 - ii. Se $|x(t_{final}) - x_s| > r_M$: A trajetória do sistema diverge do ponto de equilíbrio, x_s , o que indica que a condição inicial não pertencente à área de atração e, nesse caso, é indicada como tal e (x_{10}, x_{20}) assumem o valor do próximo ponto a ser analisado;
 - iii. Se $r_m < |x(t_{final}) - x_s| < r_M$: Deve-se avaliar se o tempo máximo de simulação já foi atingido.
 - A. Se $t_{final} < t_{span}$, então $t_{inicial} = t_{final}$ e $t_{final} = t_{inicial} + t_{step}$ e o sistema é novamente solucionado e seu estado final analisado;
 - B. Caso contrário, chega-se ao final da simulação e a condição inicial, nesse caso, pertence à fronteira da área de atração.
7. Assim que obtidas as soluções numéricas do sistema de equações diferenciais para cada condição inicial, tem-se um conjunto de pontos indicados como pertencentes à região de estabilidade, um outro grupo de condições iniciais externas à área de atração e um conjunto de pontos de fronteira.

Os passos para a obtenção da área de atração também são apresentados, de forma mais detalhada, no Apêndice (Seção 7) deste trabalho. Os parâmetros para o sistema são adotados de acordo com a Tabela 1, em que f_o é frequência síncrona de operação das máquinas.

Tabela 1: Parâmetros base de comparação para o sistema gerador x barramento infinito.

Parâmetros	
H	357.45 s
f_o	60 Hz
X_e	0.0041 p.u.
X'_d	0.0102 p.u.
X_l	0.0075 p.u.
X_{pre}	0.0218 p.u.
X_f	$5.000 \cdot 10^8$ p.u.
X_{pos}	0.0231 p.u.
p_m	50.0 p.u.
V_B	1.0 p.u.
D	0.025

Fonte: Elaborada pelo autor (2018).

Os parâmetros do sistema com maior influência na forma e no tamanho da área de atração a serem analisados são: a constante de amortecimento, a constante de inércia, o módulo da tensão na barra infinita e a reatância equivalente X_e .

Cada parâmetro deve ser variado e, para cada variação, calcula-se uma nova área de atração, de acordo com o conjunto de passos anteriormente definido, de modo a evidenciar a influência de cada alteração paramétrica no tamanho e na forma da área de estabilidade.

6 RESULTADOS

A análise dos resultados é feita tomando-se como referência o Caso Base:

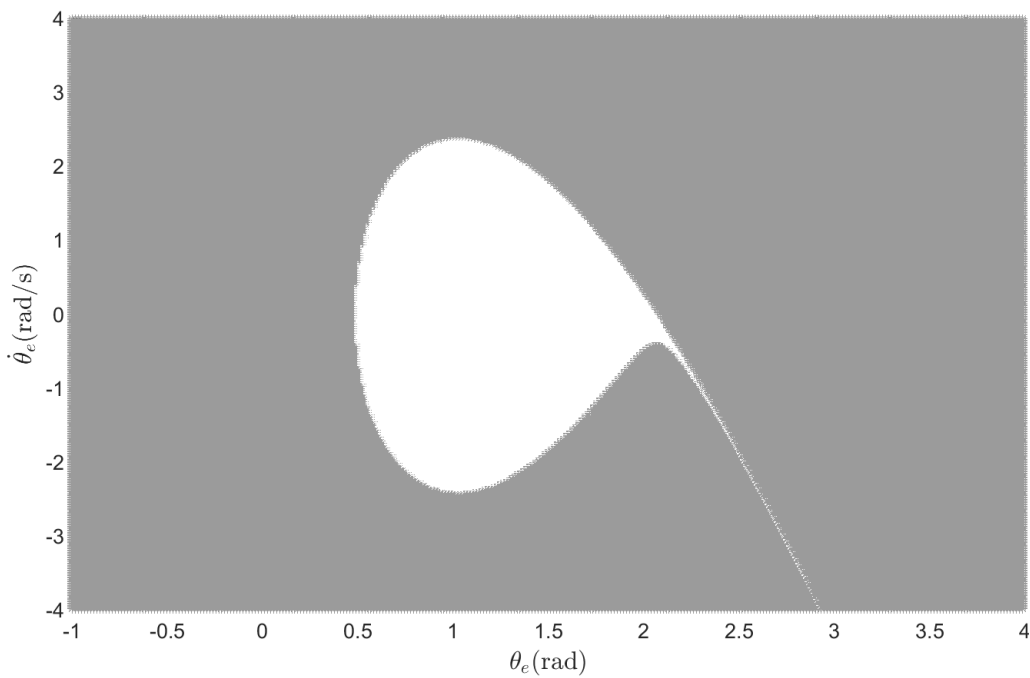


Figura 8: Caso Base de área de atração com $V_B = p.u.$, $H = 357.45s$ e $D = 0.025$

Apresentam-se as Figuras 9 e 10 para ilustrar como o sistema se comporta após a eliminação da falta para duas situações distintas, respectivamente: a eliminação da falta em tempo hábil, de modo que a condição inicial do sistema pós falta esteja dentro da área de atração e a uma condição inicial do sistema pós falta localizada fora da mesma região de estabilidade, resultado da eliminação da falta em um tempo maior que o tempo crítico. Enquanto no primeiro caso a trajetória do sistema mostra aproximar-se lentamente do ponto de equilíbrio, a trajetória da Figura 10 afasta-se da área de estabilidade de interesse.

Para os parâmetros adotados como referência, a área de atração calculada possui uma área de 8.42% em relação à área total da figura. Isso indica que de todos os pontos para os quais o sistema foi solucionado, 8.42% pertencem à área de atração.

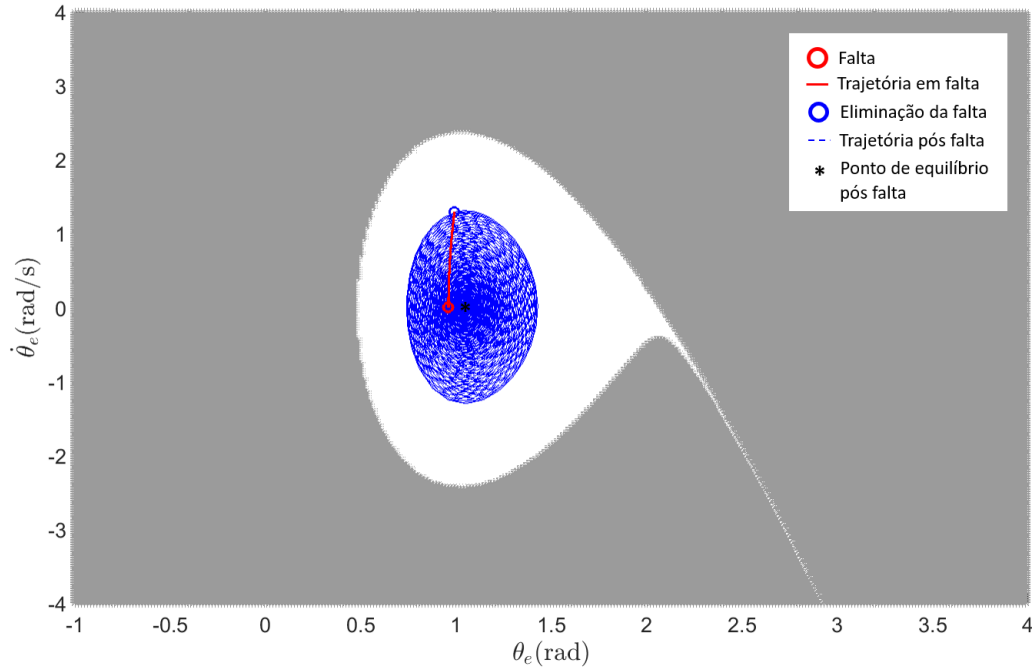


Figura 9: Trajetória pós falta estável

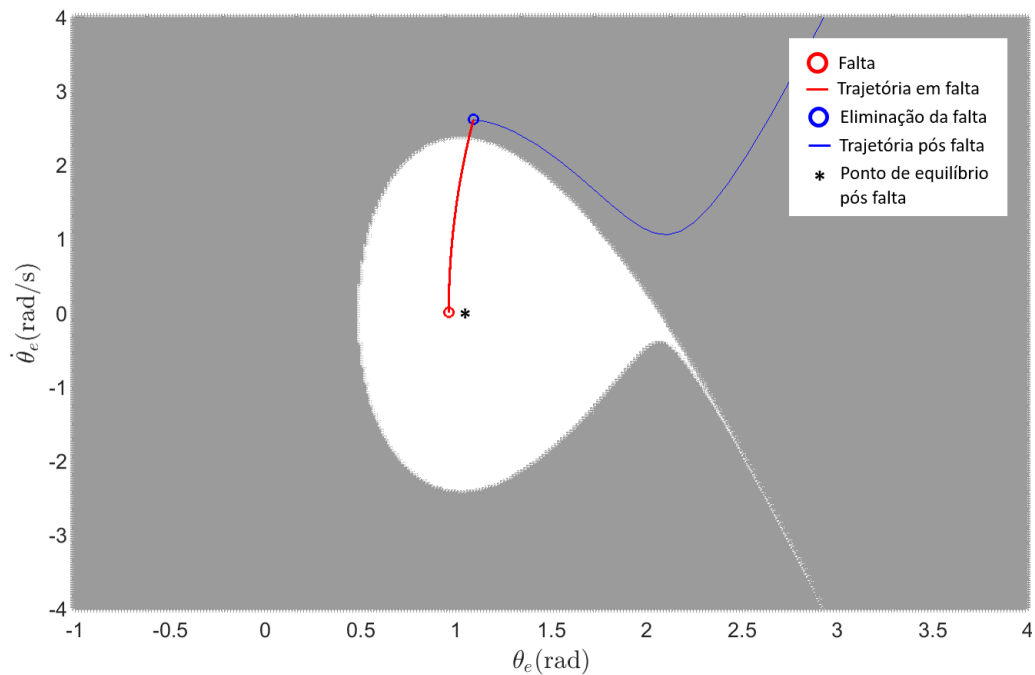


Figura 10: Trajetória pós falta instável

O valor de área percentual não traz, a princípio, nenhuma informação útil, uma vez que qualquer mudança nos intervalos de condições iniciais escolhidos, pode ocasionar sua alteração. Por exemplo, caso os valores de $x_{1_{min}}$ e $x_{1_{max}}$ fossem modificados de forma a aumentar o intervalo considerado e a resolução fosse mantida (por meio do aumento proporcional do número de pontos, num), as condições iniciais que passariam a ser consideradas certamente estariam den-

tre os pontos que não pertencem à região de estabilidade, como pode ser inferido da Figura 8, enquanto o número de condições iniciais pertencentes à área de atração permaneceria o mesmo. Sendo assim, a métrica de área percentual tomada nas novas condições seria distinta, muito embora os parâmetros físicos e elétricos do sistema fossem os mesmos.

Por essa razão, deve-se tomar a referida medida com parcimônia e não seria razoável, portanto, considerá-la de maneira absoluta para mensurar a área de atração. Entretanto, a comparação com outros valores de área percentual, dos casos em que há alteração de parâmetros, possibilita quantificar a mudança de tamanho da região de estabilidade com um precisão que uma simples averiguação visual não permite, especialmente em casos em que a mudança é mínima.

Há que se destacar, entretanto, que essa métrica é incapaz de mensurar alterações na forma da área de atração, tais como um aumento mais significativo nas dimensões verticais que nas horizontais. Em todo caso, procura-se não somente visualizar as áreas de atração construídas para cada alteração de parâmetros do sistema, como também quantificar quantos dos pontos do *grid* pertencem a essa região.

6.1 Constante de inércia

Partindo do caso base, em que $H = 357.45$, a Constante de Inércia é acrescida em 10.0% a cada novo sistema gerado.

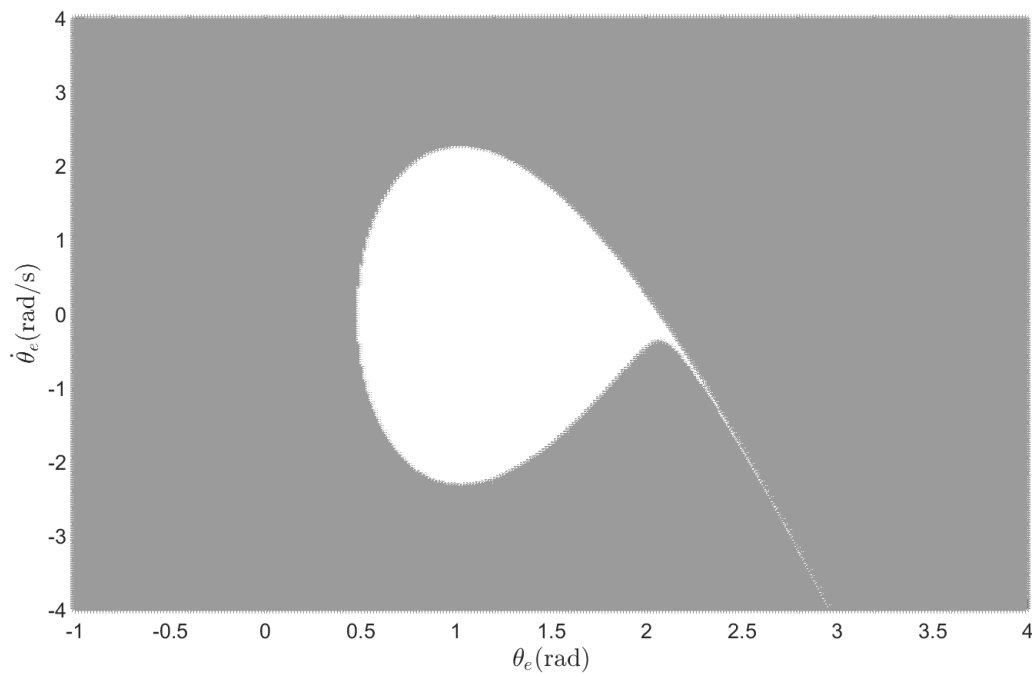


Figura 11: Aumento de 10.0% na Constante de Inércia

A região de estabilidade da Figura 11 possui área de 8.02% em relação à área total da figura, o que representa uma diminuição de 4.75% em relação ao caso base.

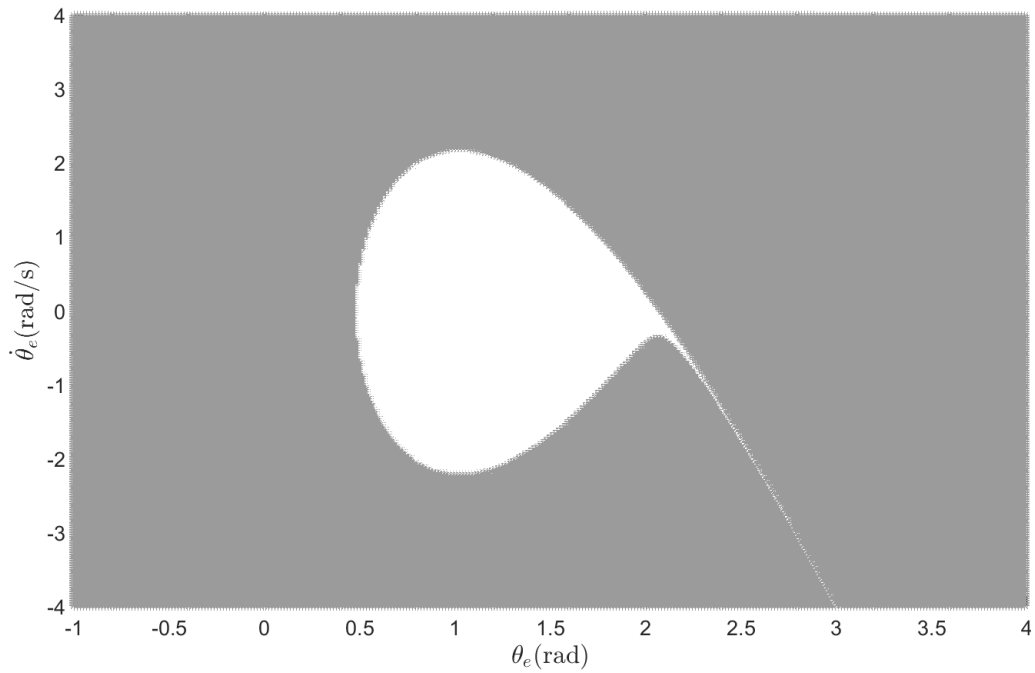


Figura 12: Aumento de 20.0% na Constante de Inércia

A região de estabilidade da Figura 12 possui área de 7.68% em relação à área total da figura, uma diminuição de 8.79% em relação ao caso base.

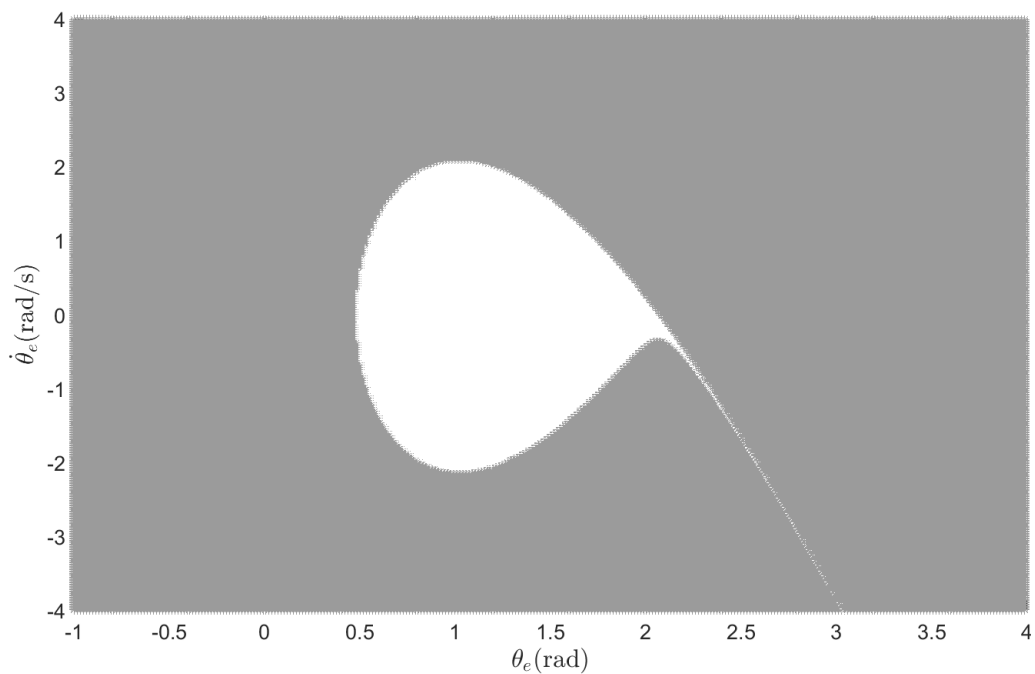


Figura 13: Aumento de 30.0% na Constante de Inércia

A região de estabilidade da Figura 13 possui área de 7.37% em relação à área total da figura. Esse valor corresponde a uma diminuição de 14.25% em relação ao caso base.

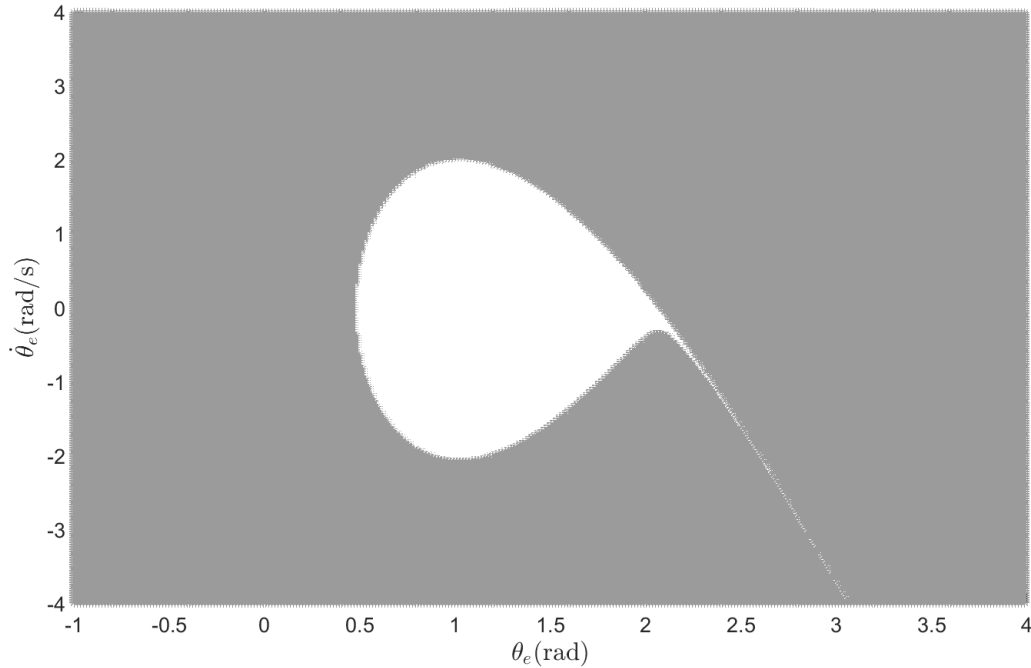


Figura 14: Aumento de 40.0% na Constante de Inércia

Por fim, a região de estabilidade da Figura 14 possui área de 7.09% em relação à área total da figura. Essa área de atração é 15.8% menor que aquela encontrada para o caso base.

Tabela 2: Comparação entre áreas de atração para diferentes valores de H , maiores que o caso base

H (s)	Área percentual	Diminuição
357.45	8.42%	0
393.20	8.02%	4.75%
428.94	7.68%	8.79%
464.69	7.37%	14.25%
500.43	7.09%	15.8%

Fonte: Elaborada pelo autor (2019).

A comparação das Figuras 11, 12, 13 e 14 com a a Figura 8, referente ao caso base, mostra uma suave diminuição no número de pontos pertencentes à área de atração em decorrência do aumento da constante de inércia.

Com vistas a compreender com mais clareza a influência desse parâmetro no comportamento das áreas de atração, realiza-se o mesmo procedimento descrito pelo algoritmo da seção 5 para valores de H menores que aquele tomado no caso base. São construídas regiões de estabilidade para os sistemas resultantes de diminuições de 10%, 20%, 30% e 40% da constante de amortecimento, gerando as Figuras 15, 16, 17 e 18, respectivamente.

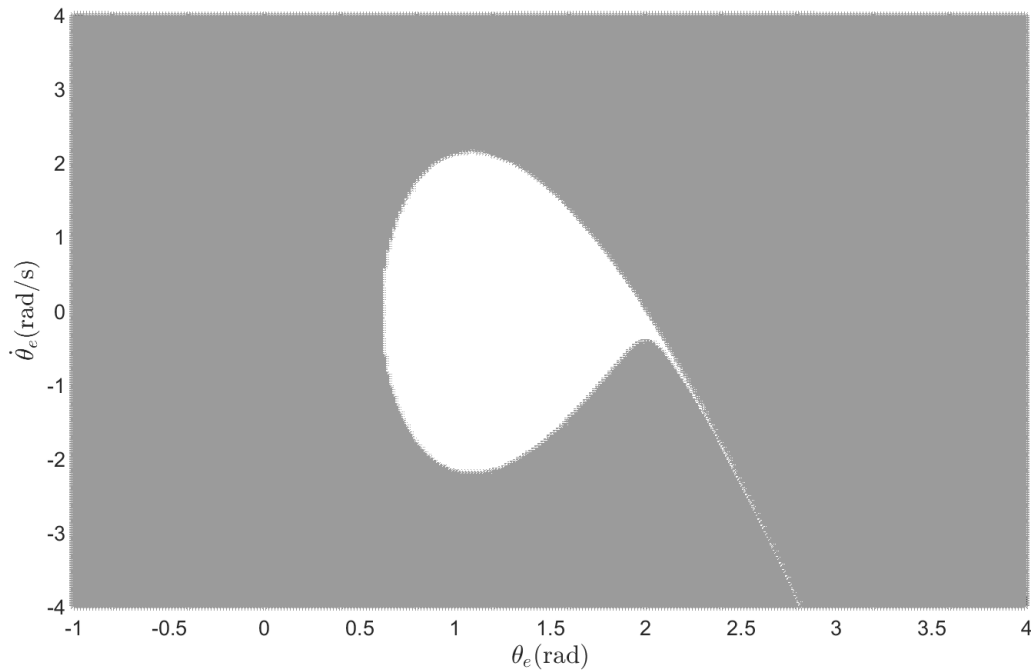


Figura 15: Diminuição de 10.0% na Constante de Inércia

A região de estabilidade da Figura 15 possui área de 8.89% em relação à área total da figura. Esse valor corresponde a um aumento de 5.58% em relação ao caso base.

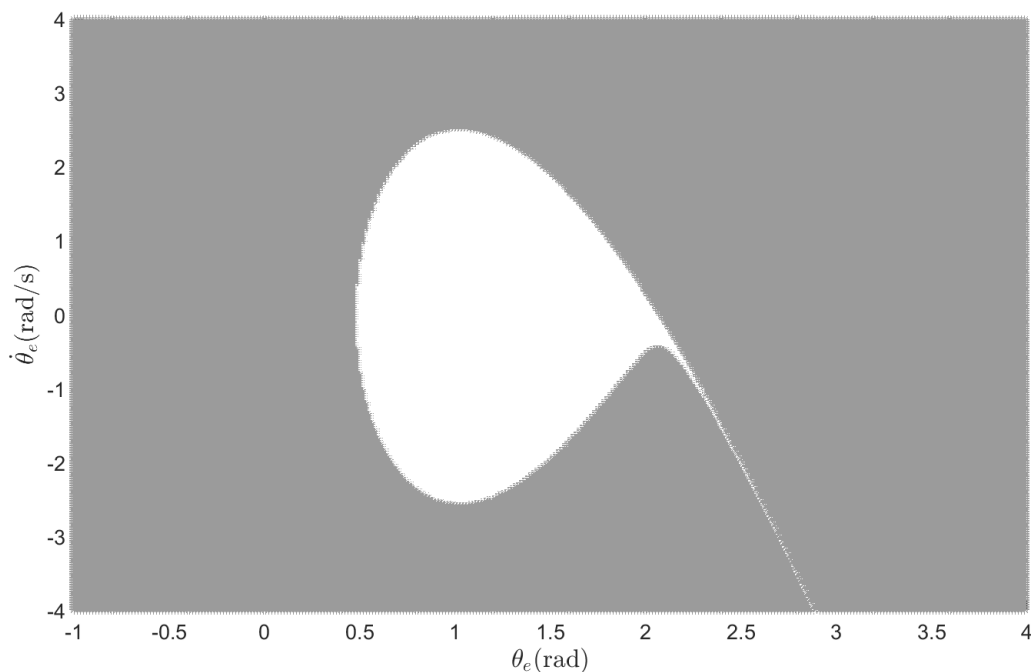


Figura 16: Diminuição de 20.0% na Constante de Inércia

A região de estabilidade da Figura 16 possui área de 9.45% em relação à área total da figura. Esse valor corresponde a um aumento de 12.23% em relação ao caso base.

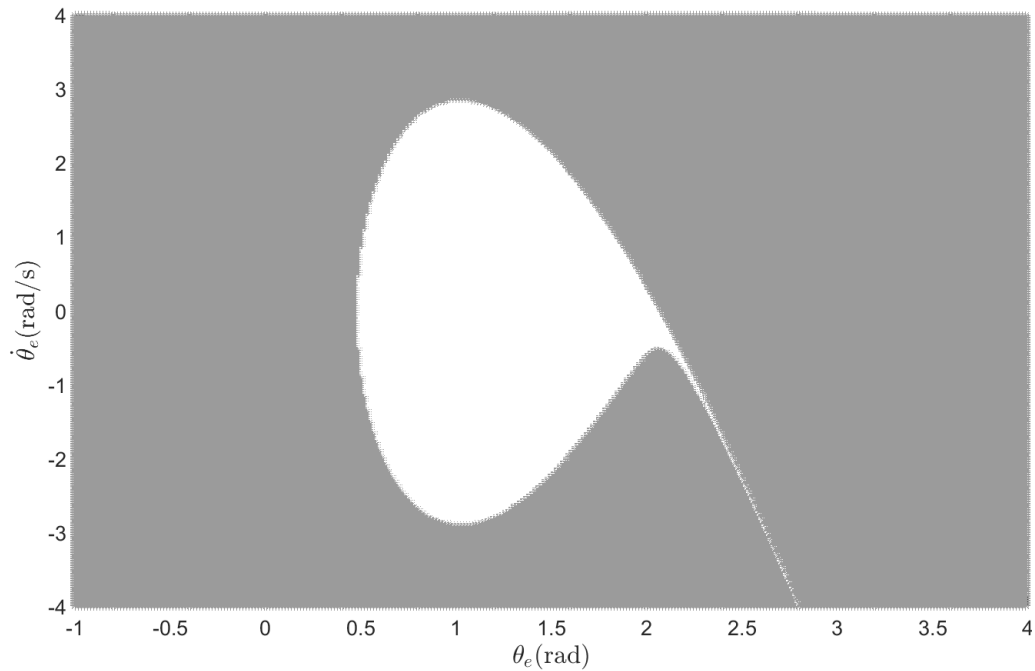


Figura 17: Diminuição de 30.0% na Constante de Inércia

A região de estabilidade da Figura 17 possui área de 10.11% em relação à área total da figura. Esse valor corresponde a um aumento de 20.07% em relação ao caso base.

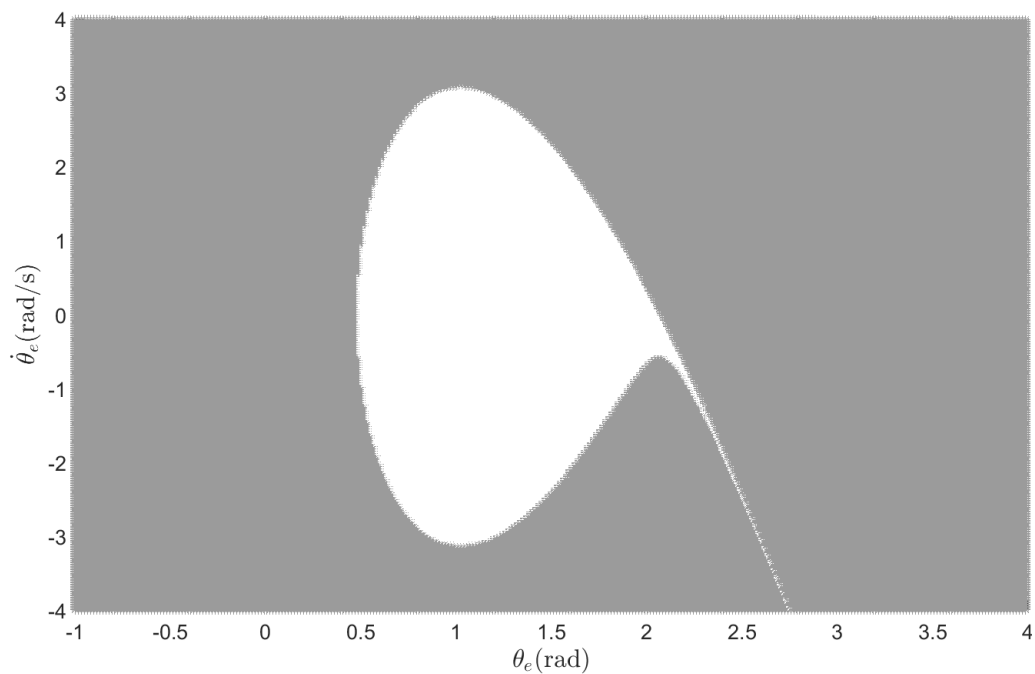


Figura 18: Diminuição de 40.0% na Constante de Inércia

A região de estabilidade da Figura 18 possui área de 10.95% em relação à área total da figura. Esse valor corresponde a um aumento de 30.05% em relação ao caso base.

Tabela 3: Comparação entre áreas de atração para diferentes valores de H , menores que o caso base

H (s)	Área percentual	Aumento
357.45	8.42%	0
321.71	8.89%	5.58%
285.96	9.45%	12.23%
250.22	10.11%	20.07%
214.47	10.95%	30.05%

Fonte: Elaborada pelo autor (2019).

As modificações observadas e quantificadas com respeito às áreas de atração para distintos valores de constante de inércia remetem às considerações feitas na Seção 3.4.1, em especial à Equação 3.22, que mostra a relação direta da grandeza com a energia cinética do sistema.

$$H = \frac{J\omega_s^2}{2S_B}$$

De fato, como observado anteriormente, o aumento na constante de inércia ocasiona uma diminuição na área de atração em razão da maior dificuldade encontrada em desacelerar as massas rotativas e, por conseguinte, atingir o equilíbrio.

A esse respeito, pode-se observar que as mudanças na área de atração ocorrem especialmente no eixo das ordenadas: as modificações de tamanho são visivelmente maiores no ao eixo vertical quando comparadas com variações de largura, por assim dizer. Pode-se colocar que à medida que H aumenta, o sistema apresenta maior inércia e maior energia cinética armazenada nas massas rotativas acopladas ao eixo do rotor, de modo que é mais custoso reduzir sua velocidade angular e condições iniciais que antes conduziriam o sistema ao equilíbrio, a partir dessa modificação, passam a representar pontos iniciais de trajetórias instáveis.

Pode-se colocar da seguinte maneira: para um mesmo valor de x_1 como condição inicial, o correspondente valor x_2 que, antes do aumento de H representava um velocidade angular para a qual havia a possibilidade de redução por parte das forças amortecedoras e desaceleradoras, passa a representar uma velocidade que, enquanto condição inicial, conduz o sistema à instabilidade. Essa considerações explicam o comportamento qualitativo da área de atração mencionado: maiores alterações são observadas para a velocidade angular.

Entretanto, afirmar que o aumento da constante de inércia ocasiona uma diminuição da estabilidade do sistema é precipitado: na mesma medida em que as massas rotativas oferecem maior resistência à desaceleração com a elevação de H , há que se observar que mesma dificuldade é oferecida à aceleração do sistema, o que traz a necessidade de uma análise mais parcimoniosa e completa a respeito dos efeitos da constante de inércia sobre a estabilidade.

6.1.1 Parâmetros associados

As modificações no tamanho das áreas de atração apresentadas na Seção 6.1 atestam a influência da constante de inércia na estabilidade do sistema, de acordo com os princípios físicos abordados no Capítulo 3. Entretanto, o impacto da referida grandeza não faz sentido prático quando analisado de maneira isolada: a aplicação que se espera obter para o estudo a respeito da energia cinética armazenada no eixo do sistema coincide com a situação real em que se opera com um número de geradores diferente daquele estabelecido originalmente.

Sendo esse o caso, há não somente uma mudança no valor do parâmetro H , como também uma mudança na reatância equivalente dos transformadores elevadores, X_e . Sendo assim, procura-se variar de forma conjugada a constante de inércia e a reatância X_e .

Considera-se, a princípio, o caso em que o sistema opera com apenas 9 dos geradores, situação em que: $H = 321.71 \text{ s}$ e $X_e = 0.0046 \text{ p.u.}$ Como resultado, encontra-se a região representada na Figura 19, com uma área de 7.68% em relação à área total da figura. Esse valor corresponde a uma diminuição de 8.79% em relação ao caso base.

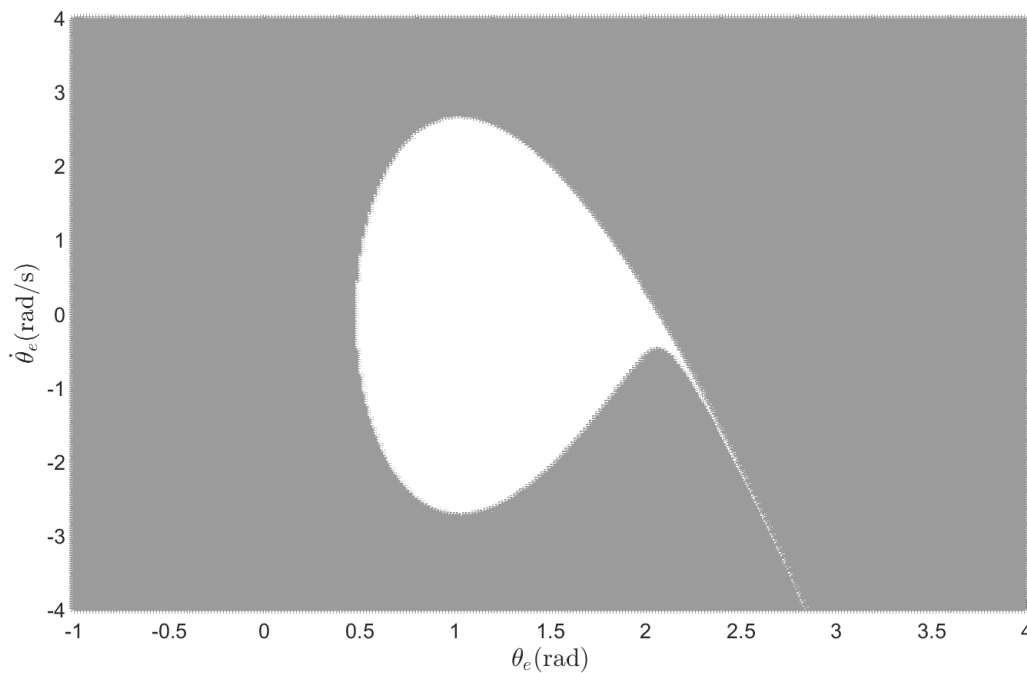


Figura 19: Área de atração resultante da exclusão de 1 gerador

Considera-se, em seguida, o caso em que o sistema opera com apenas 8 dos geradores, situação em que: $H = 285.96 \text{ s}$ e $X_e = 0.0051 \text{ p.u.}$

Como resultado, encontra-se a região representada na Figura 20, com uma área de 6.68% em relação à área total da figura. Esse valor corresponde a uma diminuição de 20.67% em relação ao caso base.

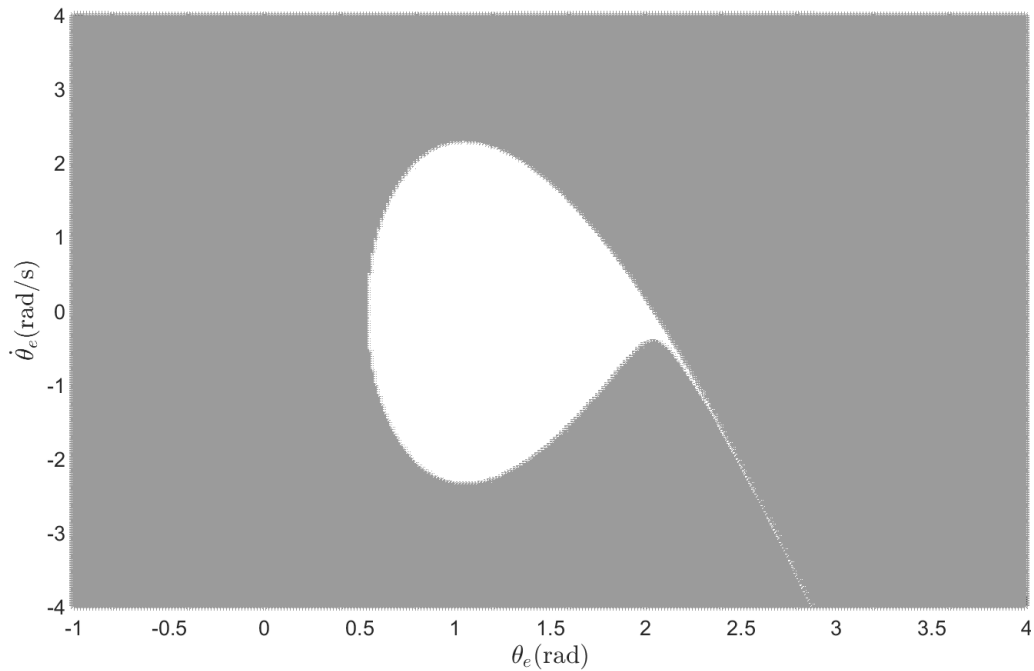


Figura 20: Área de atração resultante da exclusão de 2 geradores

Compreende-se que uma alteração mais extrema no número de geradores em operação já não representa um aplicação prática tão plausível, mas extrapolar as alterações no sistema tem seu valor didático. Por essa razão, prossegue-se com a exclusão hipotética de máquinas em operação, com o caso em que: $H = 250.21 s$ e $X_e = 0.0059 p.u.$

Como resultado, encontra-se a região representada na Figura 21, com uma área de 5.32% em relação à área total da figura. Esse valor corresponde a uma diminuição de 36.82% em relação ao caso base.

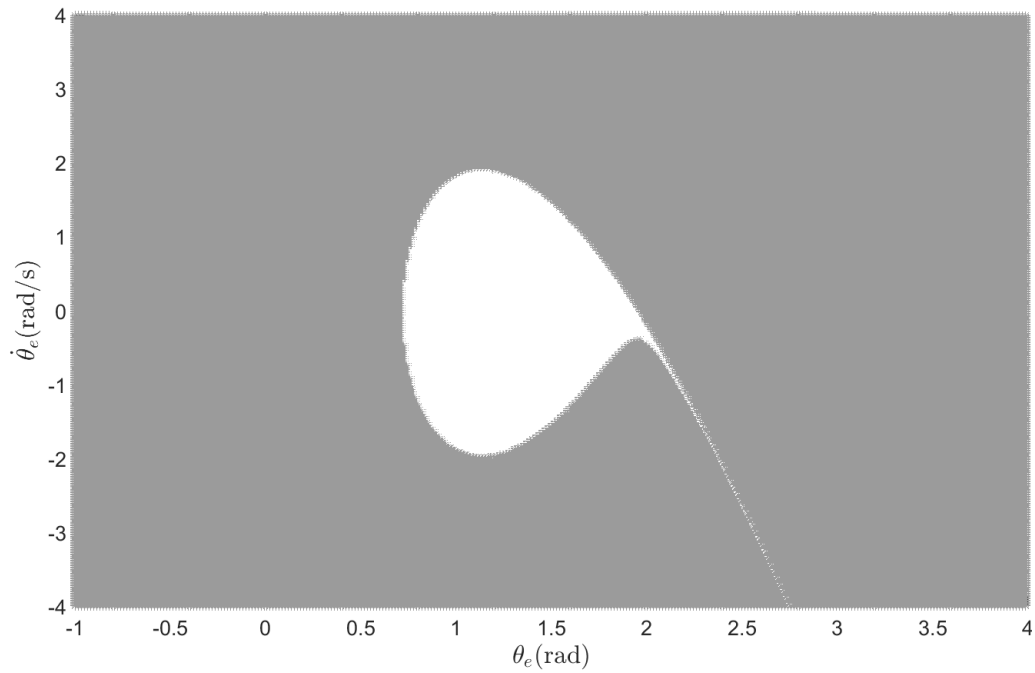


Figura 21: Área de atração resultante da exclusão de 3 geradores

Por fim, apresenta-se o caso em que: $H = 214.47$ s e $X_e = 0.0068$ p.u.

Como resultado, encontra-se a região representada na Figura 22, com uma área de 3.50% em relação à área total da figura. Esse valor corresponde a uma diminuição de 58.43% em relação ao caso base.

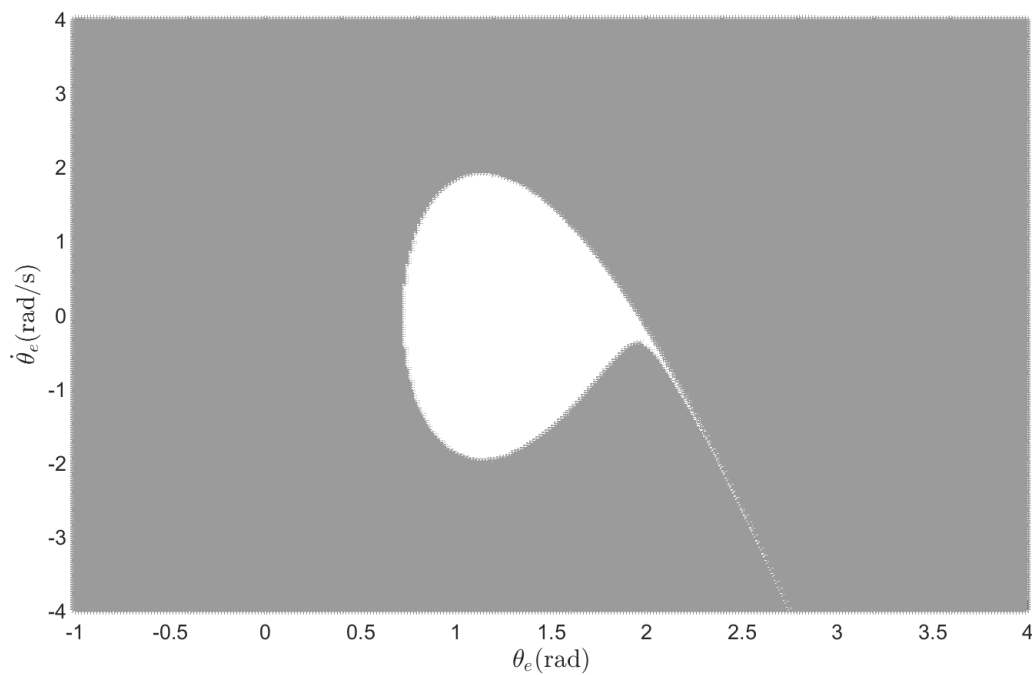


Figura 22: Área de atração resultante da exclusão de 4 geradores

Tabela 4: Comparação entre áreas de atração para diferentes valores de H e X_e , correspondente à operação do sistema com menos geradores que o caso base

H (s)	X_e (p.u.)	Área percentual	Diminuição
357.45	0.0041	8.42%	0
321.71	0.0046	7.68%	8.79%
285.96	0.0051	6.68%	20.67%
250.21	0.0059	5.32%	36.82%
214.47	0.0068	3.50%	54.43%

Fonte: Elaborada pelo autor (2019).

Os casos apresentados nesta subseção, mais próximos de situações práticas, mostram como a atuação de dois parâmetros associados ocasiona um impacto mais significativo no tamanho da área de atração. A Tabela 4 traz dados a respeito da diminuição da área de atração em decorrência da redução do número de máquinas em operação no sistema, reduções essas muito mais drásticas que aquelas apresentadas em função do aumento isolado da constante de inércia, por exemplo.

Há que se fazer uma observação particular a respeito do papel da reatância equivalente dos transformadores e, para tanto, deve-se atentar para a Equação 3.31, onde $X_r = X_{pos}$. A reatância, X_{pos} , resultante a eliminação da falta, é diretamente proporcional ao valor de X_e e, por consequência, tratar da eliminação de um gerador na operação do sistema significa gerar uma correspondente elevação na reatância equivalente na condição de pós falta.

Da referida equação infere-se a relação entre X_r e a transferência de potência entre os terminais dos geradores e a barra infinita: valores mais elevados de reatância reduzem o fluxo de potência entre os terminais. Sendo assim, a energia que deixa de ser transferida para a rede transforma-se em energia cinética nas máquinas do sistema, levando a uma maior instabilidade (PESENTE, 2018).

A princípio, há a inclinação em assumir que o menor número de máquinas em operação e a consequente redução na constante de inércia ocasionariam melhora na estabilidade e aumento no número de pontos pertencentes à região de estabilidade. Entretanto, o que ocorre é o comportamento oposto, como pode ser visto na Tabela 4. Mesmo que com a redução da energia cinética armazenada nas massas rotativas do sistema haja uma tendência ao aumento de estabilidade, a energia injetada nas máquinas devido à maior reatância equivalente das linhas supera a capacidade das forças amortecedoras em desacelerá-las. Como resultado, a drástica diminuição na estabilidade do sistema produz áreas de atração cada vez menores para cada gerador eliminado.

6.2 Constante de amortecimento

A análise que segue parte do caso base, em que $D = 0.025$, e, a princípio, aumenta seu valor para $D = 0.050$, resultando na região de estabilidade da Figura 23. A área percentual resultante é de 8.63%, o que representa um aumento de 2.49% em relação à área de atração o caso base.

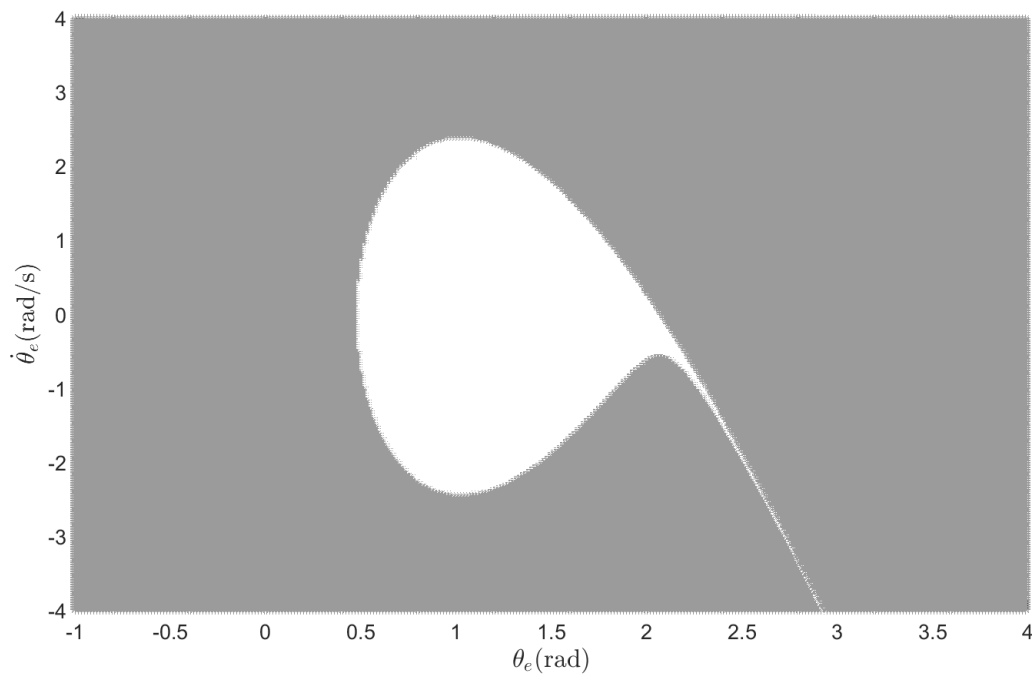


Figura 23: Área de atração resultante do sistema com $D=0.050$

A Figura 24 mostra a área de atração para um sistema com a constante de amortecimento $D = 0.100$. A região de estabilidade possui uma área de 9.01% em relação ao total de pontos, um aumento de 7.01% em relação ao caso base.

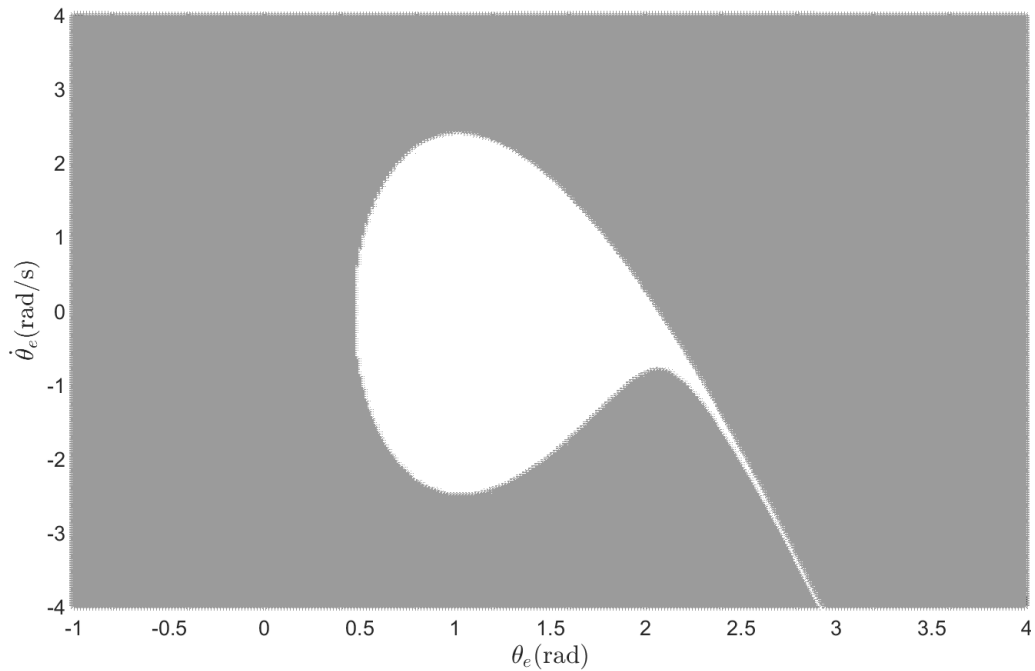


Figura 24: Área de atração resultante do sistema com $D=0.100$

Aumenta-se valor para $D = 0.150$, resultando na região de estabilidade da Figura 25. A área percentual resultante é de 9.38%, o que representa um aumento de 11.40% em relação à área de atração o caso base.

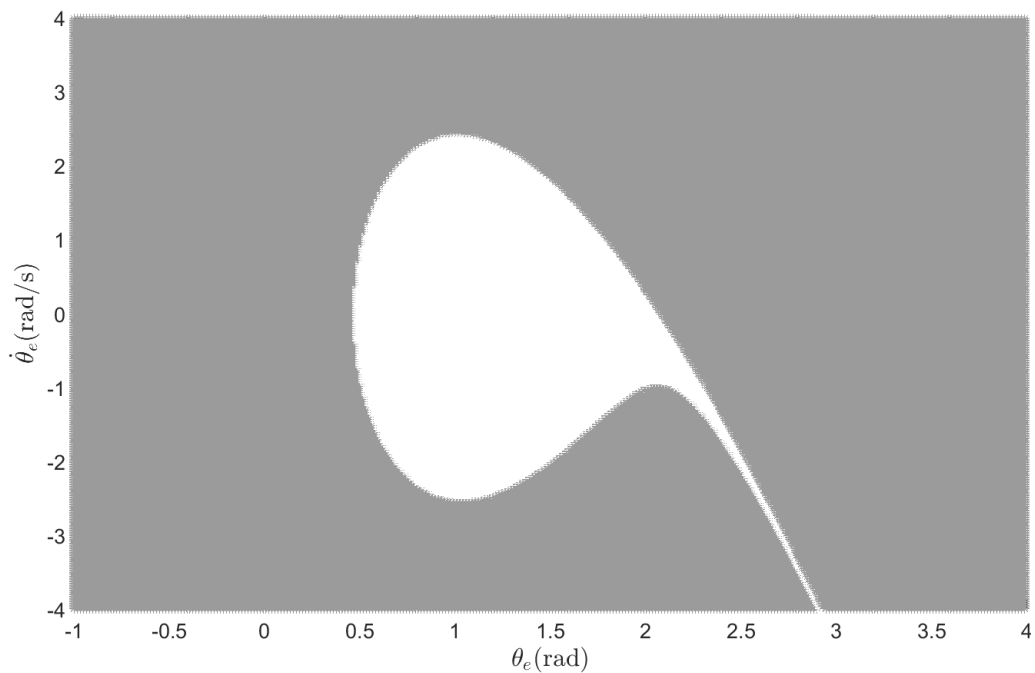


Figura 25: Área de atração resultante do sistema com $D=0.150$

Em uma última análise, constrói-se a área de atração da Figura 26 para um sistema com

a constante de amortecimento $D = 0.200$. A região de estabilidade possui uma área de 9.72% em relação ao total de pontos, um aumento de 15.44% em relação ao caso base.

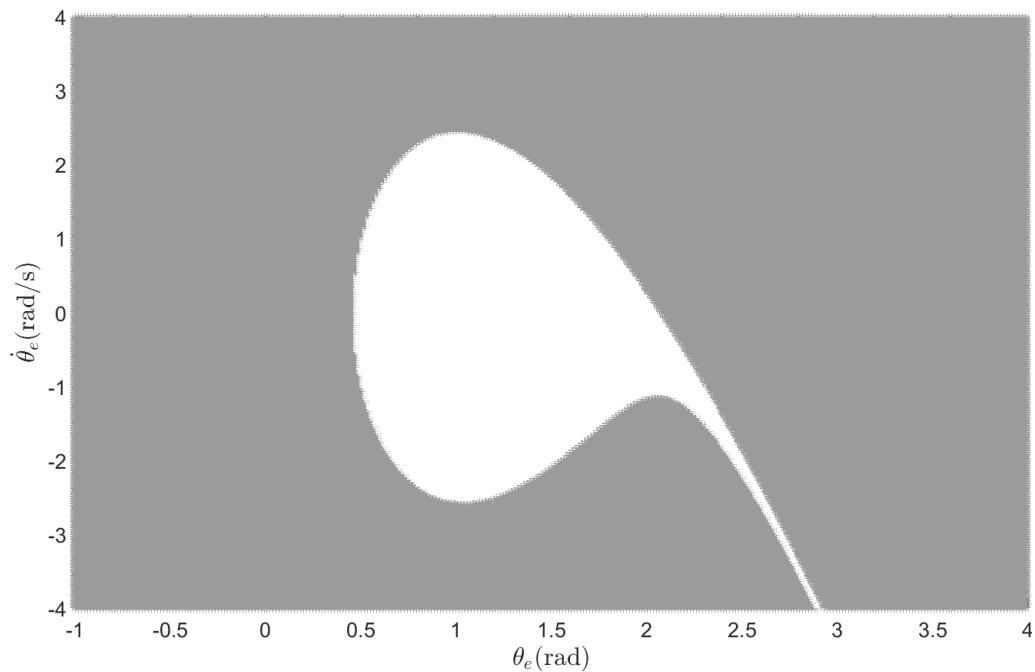


Figura 26: Área de atração resultante do sistema com $D=0.200$

Tabela 5: Comparação entre áreas de atração para diferentes valores de D , maiores que o caso base

D	Área percentual	Aumento
0.025	8.42%	0
0.050	8.63%	2.49%
0.100	9.01%	7.01%
0.150	9.38%	11.40%
0.200	9.72%	15.44%

Fonte: Elaborada pelo autor (2019).

Segue-se, portanto, à análise do sistema para valores de constante de amortecimento inferiores àquele adotado no caso base.

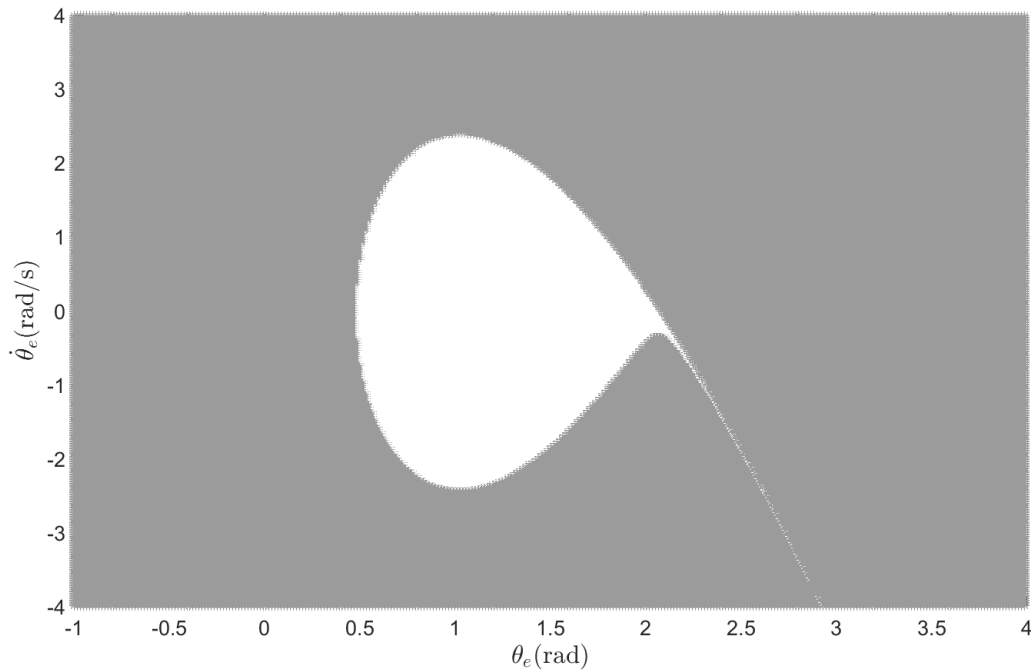


Figura 27: Área de atração resultante do sistema com $D=0.015$

A Figura 27 apresenta a área de atração do sistema resultante de $D = 0.015$, ocupando 8.33% do total de pontos. Essa região de estabilidade representa uma redução de 1.07% em relação àquela do caso base.

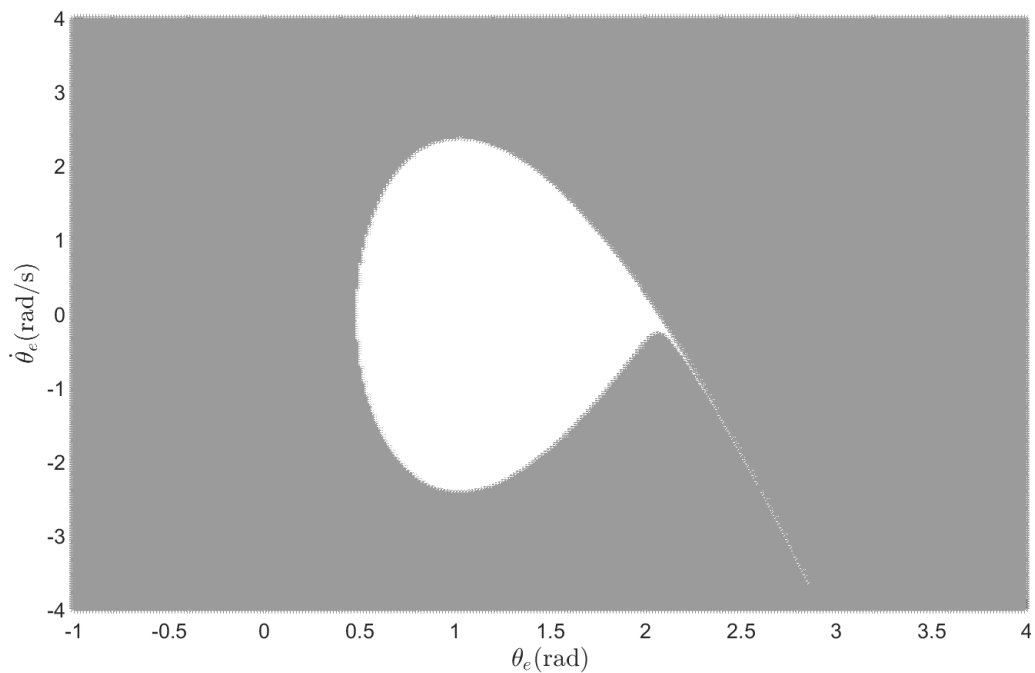


Figura 28: Área de atração resultante do sistema com $D=0.010$

Na Figura 28 encontra-se a região de estabilidade correspondente ao sistema com $D =$

0.010. Ocorre uma redução relativamente baixa no tamanho da área de atração, que representa, agora, 8.29% da região total, tendo diminuído apenas 1.54% em relação ao valor original.

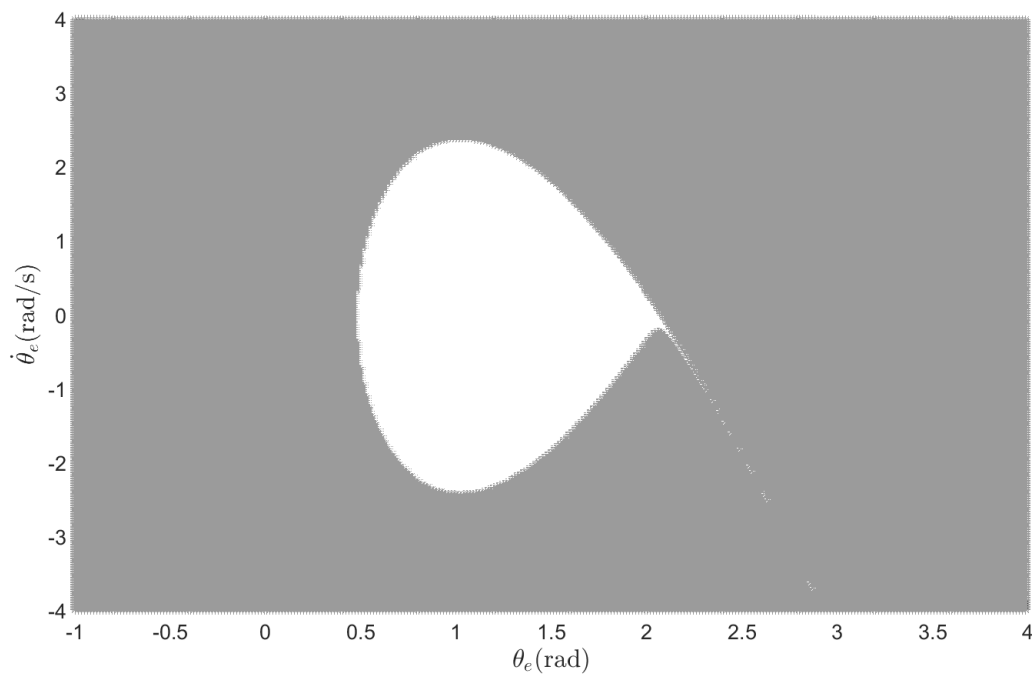
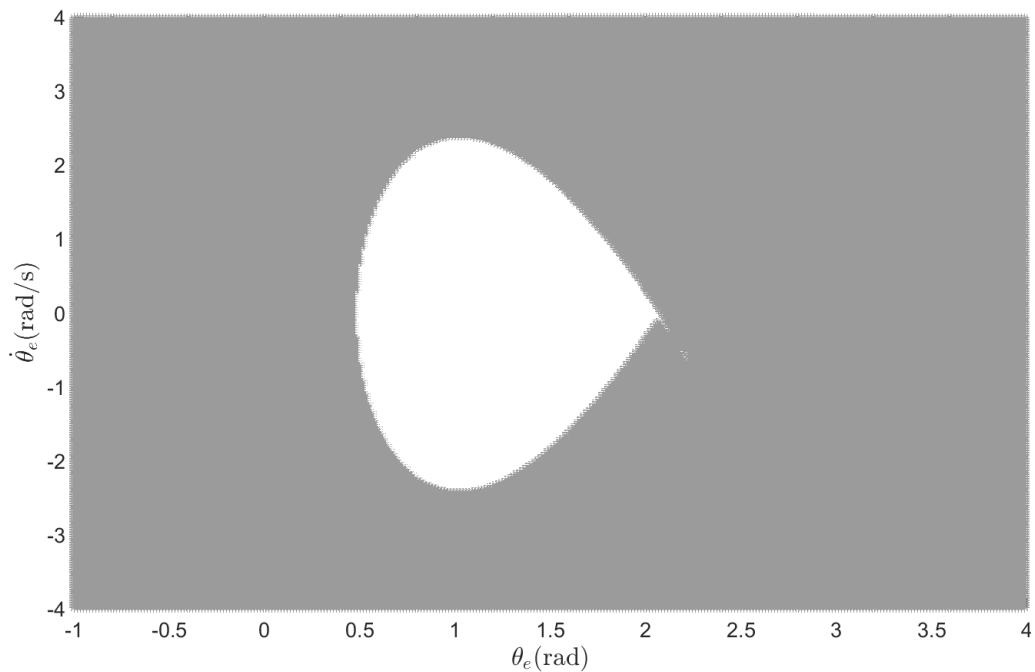


Figura 29: Área de atração resultante do sistema com $D=0.005$

De forma similar, a área de atração da Figura 29 também apresenta pequenas diferenças para o caso base, ocupando 8.24% do total de pontos e com uma redução de 2.14%.

Figura 30: Área de atração resultante do sistema com $D=0.001$



Fonte: Elaborada pelo autor (2019).

Com a constante de amortecimento reduzida a $D = 0.001$, a área de atração passa a representar 8.19% do total, com uma diminuição de 2.73% em relação a região original.

Tabela 6: Comparação entre áreas de atração para diferentes valores de D , menores que o caso base

D	Área percentual	Diminuição
0.025	8.42%	0
0.015	8.33%	1.07%
0.010	8.29%	1.54%
0.005	8.24%	2.14%
0.001	8.19%	2.73%

Fonte: Elaborada pelo autor (2019).

Torna-se notável pelas Tabelas 5 e 6 que não há mudanças significativas no tamanho da área de atração em função das alterações realizadas na constante de amortecimento. Mesmo assim, de acordo com o esperado, há uma melhora na estabilidade do sistema à medida que a constante de amortecimento é incrementada e o oposto ocorre para valores de D menores que o caso base.

Deve-se reforçar que a constante de amortecimento é um parâmetro sintético que busca aglomerar os efeitos amortecedores que atuam sobre a aceleração no eixo da máquina. Sendo as-

sim, as diminutas alterações observadas na região de estabilidade como resultado de mudanças em seu valor não encontram justificativas concretas em quaisquer conceitos físicos abordados neste estudo.

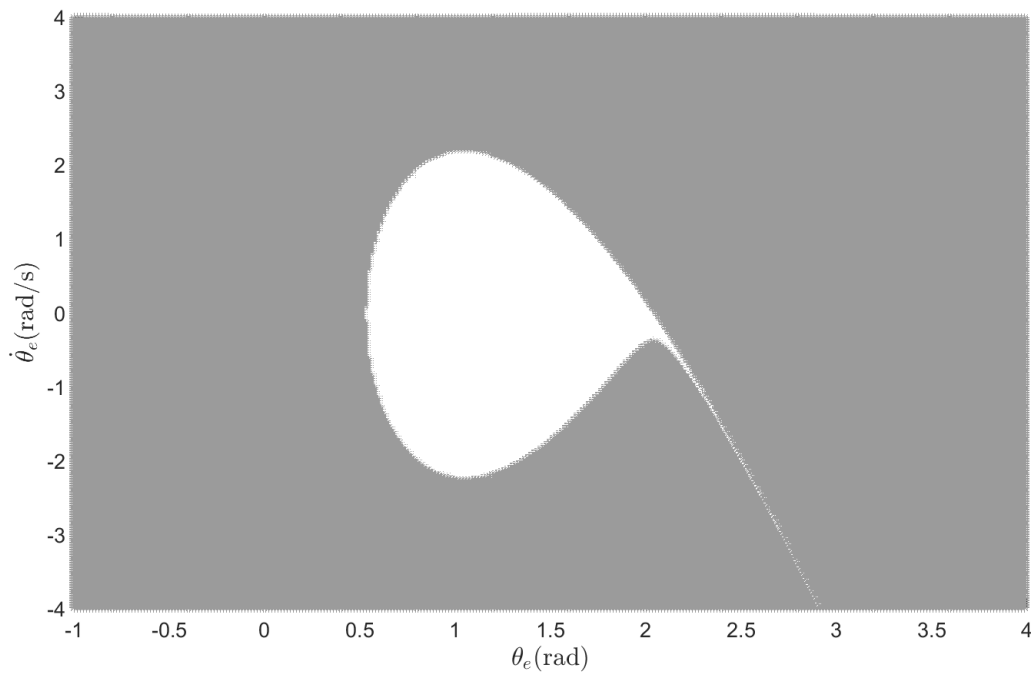
Por essa mesma razão, mostra-se oportuno um futuro trabalho dedicado exclusivamente à caracterização e sistematização das forças amortecedoras e da constante de amortecimento em um SEP. Em acordo com os propósitos didáticos estabelecidos *a priori*, pode-se dizer que os resultados mostram-se suficientes à compreensão generalizada da influência da constante de amortecimento sobre a estabilidade do sistema.

Entretanto, se existir necessidade de maior enfoque nos aspectos relacionados ao amortecimento em uma máquina síncrona, a acurácia pode ser alcançada tomando algumas das recomendações encontradas em (AGRAWAL et al., 1999), tais como substituição do modelo clássico por outra representação, em especial alguma que leve em conta as variações de velocidade angular durante o período transitório; modelagem mais precisa do amortecimento ocasionado pela carga e outras considerações que podem ser apreendidas em maior detalhe no referido trabalho.

6.3 Tensão na barra infinita

Procura-se analisar a influência exercida pela tensão na barra infinita sobre a estabilidade do sistema. Para tanto, o valor é reduzido a passos de $0.05 p.u.$, resultando nas áreas de atração mostradas nas Figuras 31 a 36.

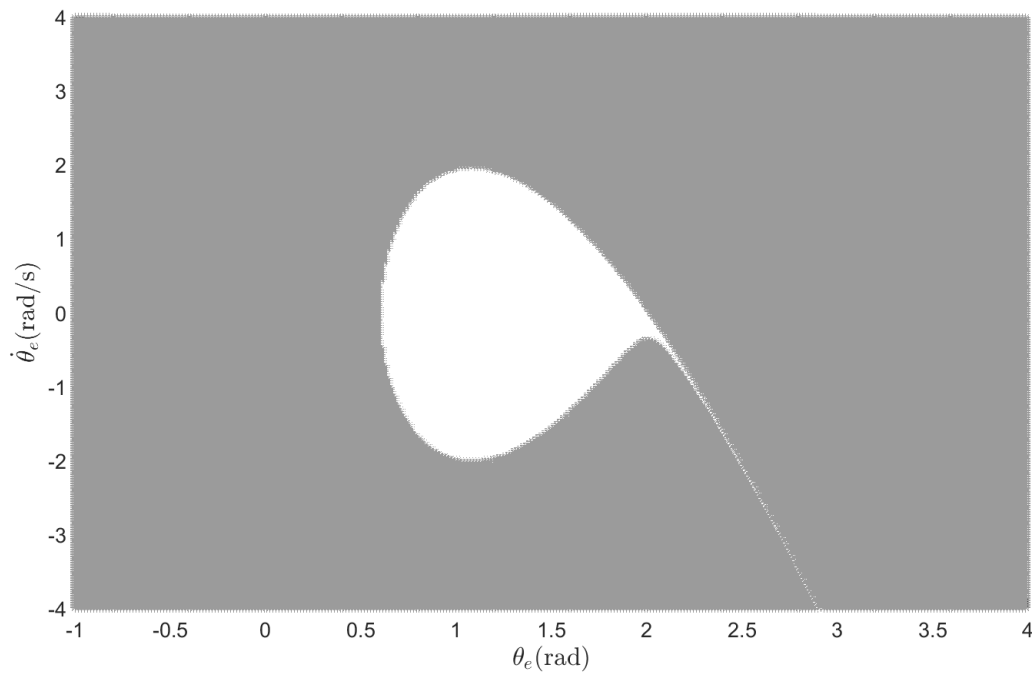
Figura 31: Área de atração resultante do sistema com tensão na barra infinita igual a $0.95 p.u.$



Fonte: Elaborada pelo autor (2019).

Para o caso em que a tensão na barra infinita é de $0.95 p.u.$, a região de estabilidade possui uma área de 7.37% em relação ao total de pontos considerados, o que representa uma redução de 14.25% em relação à área de atração do sistema base, com $V_B = 1.00 p.u.$

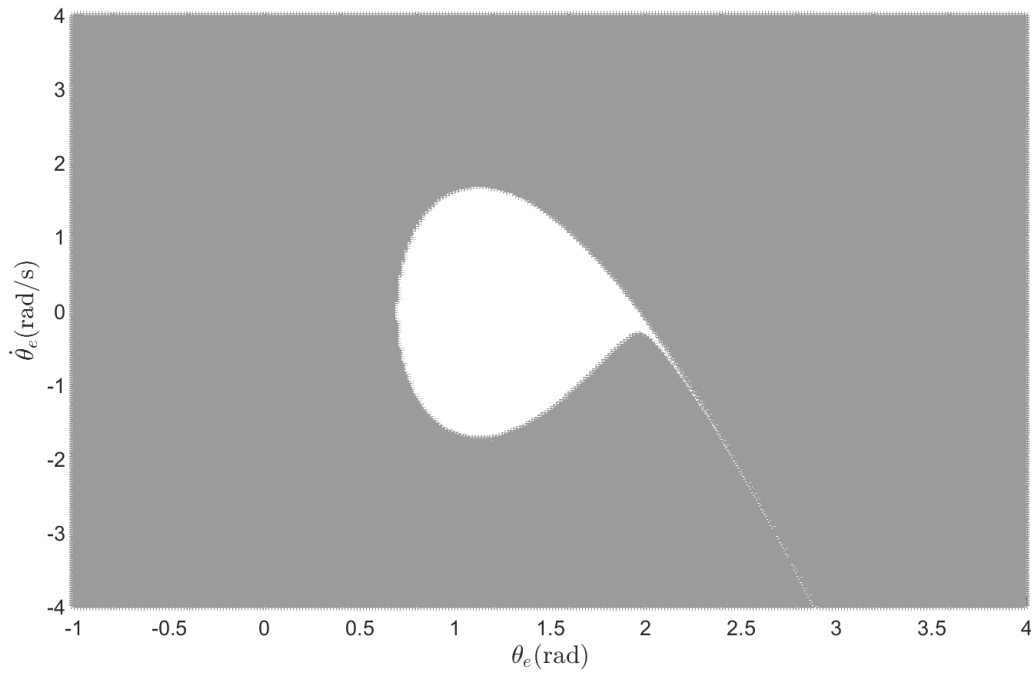
Figura 32: Área de atração resultante do sistema com tensão na barra infinita igual a 0.90 p.u.



Fonte: Elaborada pelo autor (2019).

Para o sistema com a tensão $V_B = 0.90$ p.u., caso ilustrado pela Figura 32, a área de atração representa 6.15% do total de pontos considerados, sendo assim 36.91% menor que a área de atração do caso base.

Figura 33: Área de atração resultante do sistema com tensão na barra infinita igual a 0.85 p.u.



Fonte: Elaborada pelo autor (2019).

Com a redução da tensão no barramento infinito para $V_B = 0.85 \text{ p.u.}$, a região de estabilidade resultante, mostrada na Figura 33, é mensurada em 4.77% da área total, sendo 43.35% menor que a região de estabilidade obtida no caso base.

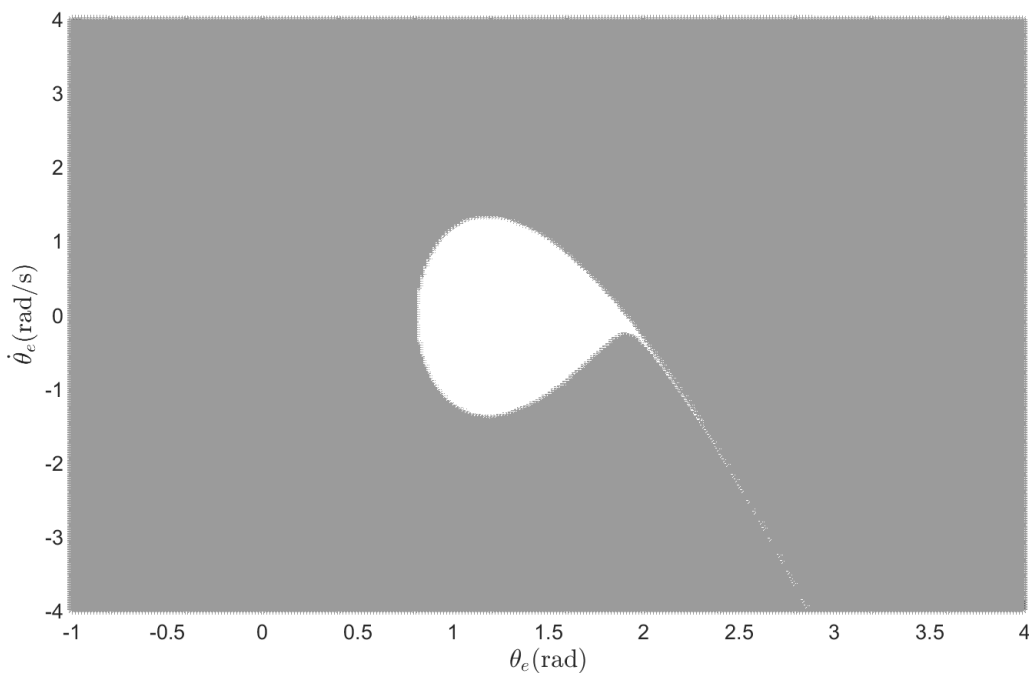
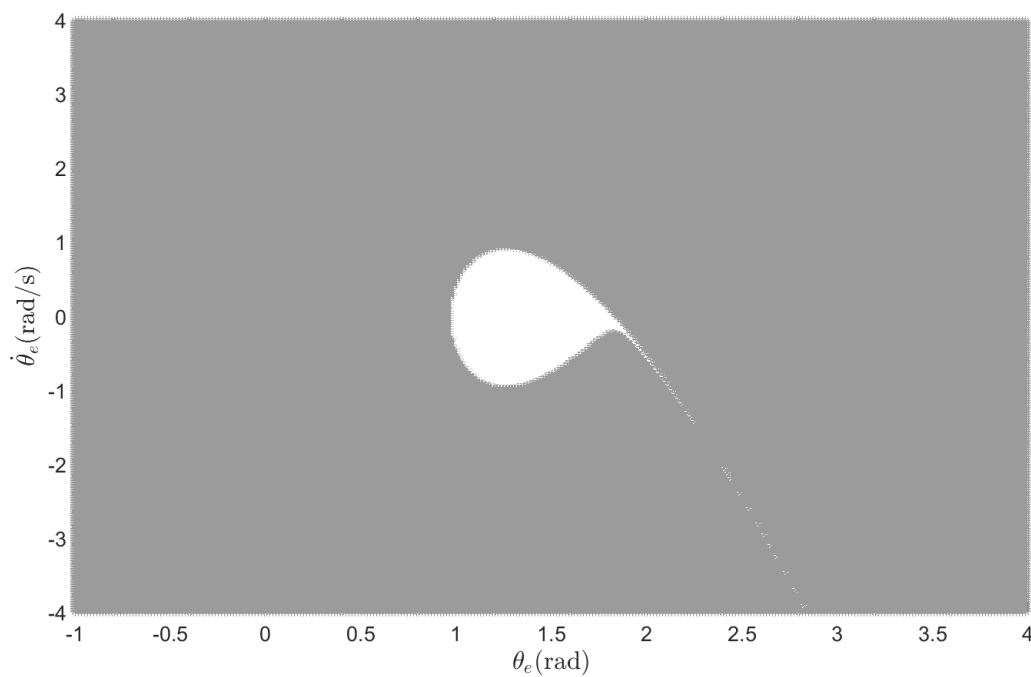


Figura 34: Área de atração resultante do sistema com tensão na barra infinita igual a 0.80 p.u.

Com a tensão na barra infinita valendo $V_B = 0.80 \text{ p.u.}$, a região de estabilidade possui uma área de 3.29% do total de pontos, 60.03% menor que a área de atração do sistema com $V_B = 1.00 \text{ p.u.}$.

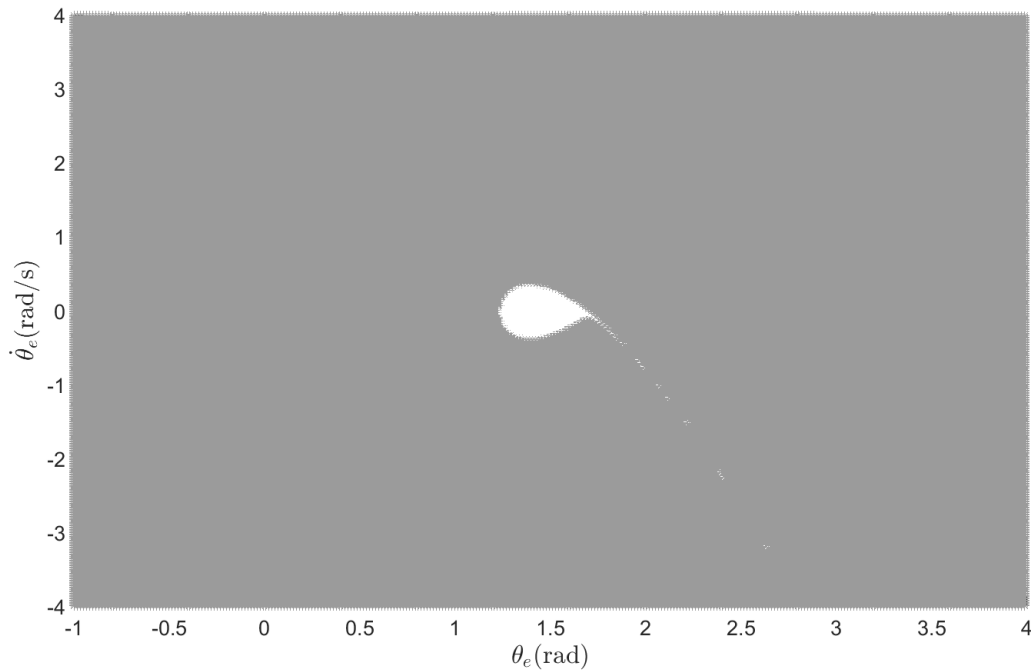
Figura 35: Área de atração resultante do sistema com tensão na barra infinita igual a 0.75 p.u.



Fonte: Elaborada pelo autor (2019).

Para o sistema cuja área de atração é ilustrada pela Figura 35, ocorre uma redução de 78.98% da área total da região de estabilidade, que passa a ocupar 1.77% do total.

Figura 36: Área de atração resultante do sistema com tensão na barra infinita igual a 0.70 p.u.



Fonte: Elaborada pelo autor (2019).

Por fim, encontra-se a situação mais exacerbada observada neste estudo: com a redução da tensão no barramento infinito para $V_B = 0.70 \text{ p.u.}$, a região de estabilidade resultante, mostrada na Figura 36, ocupa 0.38% da área total, sendo 95.49% menor que a região de estabilidade do caso base.

Tabela 7: Comparação entre áreas de atração para diferentes valores de V_B , menores que o caso base

V_B (p.u.)	Área percentual	Diminuição
1.00	8.42%	0
0.95	7.37%	14.25%
0.90	6.15%	36.91%
0.85	4.77%	43.35%
0.80	3.29%	60.03%
0.75	1.77%	78.98%
0.70	0.38%	95.49%

Fonte: Elaborada pelo autor (2019).

Pretende-se abordar a influência do módulo da tensão na barra infinita sobre a área de atração do o ponto de vista da Equação 3.18. Sob essa perspectiva, com todos os fatores mantidos constantes e a redução de V_B a valores inferiores ao da tensão nos terminais da máquina

síncrona, a potência elétrica ativa transferida através das linhas de transmissão, do gerador até o barramento infinito, é reduzida e, como consequência, há uma piora na estabilidade do sistema à medida em que a potência que deixa de ser transmitida é injetada na forma de energia cinética no grupo de geradores, como já explicitado na Subseção 6.1.1.

Kundur, Balu e Lauby (1994a, p. 250-254) abordam a transferência de potências ativa e reativa e o sua relação com o módulo da tensão nas barras. Tendo essa abordagem em mente, justifica-se a escolha em não realizar análises da área de atração para valores de V_B maiores que E_G . Nesse caso ocorreria a transferência de potência reativa da barra infinita para o grupo de máquinas síncronas, situação que não se enquadra nos propósitos deste estudo.

7 CONCLUSÃO

O presente trabalho procura construir uma análise a respeito da estabilidade transitória de sistema elétricos de potência sob a ótica da avaliação das áreas de atração resultantes da modificação de diferentes parâmetros eletromecânicos relevantes do sistema.

O objetivo era demonstrar, através da mimetização de diferentes cenários com aplicação prática, a influência das grandezas modificadas sobre a capacidade do sistema de retornar ao ponto de equilíbrio. Há que se reforçar o comprometimento do estudo com propósitos predominantemente didáticos e suas consequentes simplificações.

Sendo assim, os conceitos de estabilidade podem ser demonstrados, a nível de disciplinas de graduação, por meio de exercícios práticos envolvendo o cálculo de áreas de atração para diferentes valores dos mesmos parâmetros e a subsequente observação e interpretação física das modificações observadas em seu tamanho.

A esse respeito, há que se destacar que as mudanças observadas são associadas a três fatores principais:

1. Inércia das massas rotativas das máquinas;
2. Forças amortecedoras;
3. Transferência de potência ativa entre as máquina e o barramento infinito.

Com relação ao primeiro aspecto, é possível estabelecer, em certa medida, uma relação entre energia cinética acumulada nas massas rotativas e a estabilidade do sistema, bem como a possibilidade de se demonstrar essa mesma relação e sua associação com a constante de inércia, por meio de um conjunto de equações envolvendo grandezas mecânicas e elétricas. Contudo a referida grandeza não deve ser decisiva na elaboração de afirmações a respeito da estabilidade do sistema. Em verdade, a área de atração em si não pode ser tomada como parâmetro determinante da estabilidade. Trata-se de uma representação gráfica no plano de fases, que deve ser considerada em conjunto com outras ferramentas, tais como a resposta no tempo.

Ressalta-se ainda, com respeito à constante de inércia, a demanda por desenvolver métricas mais adequadas à averiguação das mudanças específicas na forma das áreas de atração, métodos capazes de mensurar, de maneira isolada, aumentos e diminuições nas dimensões horizontais e, especialmente neste caso, nas dimensões verticais da região de estabilidade.

Ainda que o coeficiente de amortecimento seja uma constante sintética e que, de maneira distinta da constante de inércia, não haja uma construção matemática rigorosa empregada em sua obtenção, é possível visualizar, por meio dos resultados apresentados, a influência das

forças amortecedoras no sentido de melhorar a estabilidade do sistema. Nesse aspecto, foi primordial a construção de uma métrica capaz de mensurar as modificações no tamanho da região de estabilidade, tendo em vista que essas mesmas mudanças não seriam tão evidentes em uma averiguação qualitativa e visual. Certamente as alterações mais drásticas observadas no tamanho da região de estabilidade estão associadas às mudanças na transferência de potência ativa, presentes nas análises a respeito da tensão na barra infinita e da operação do sistema com um número menor de geradores síncronos. De fato, a Equação 3.14 mostra uma relação muito explícita entre V_B e X_r e a capacidade do sistema em injetar potência na rede, representada pelo barramento infinito.

Enquanto as referidas grandezas modificam parâmetros elétricos do sistema, a constante de inércia e o coeficiente de amortecimento relacionam-se à velocidade da resposta no tempo observada para o mesmo sistema. Sendo a área de atração uma representação gráfica no plano de fases, torna-se menos evidente a influência de parâmetros que atuam sobre a velocidade de resposta no tempo e, por consequência, sua modificação não se manifesta de forma tão evidente quanto a alteração de grandezas elétricas do sistema.

Em todo caso, as análises desenvolvidas deram-se por meio de atribuição determinística de parâmetros do sistema. Uma abordagem estocástica pode ser colocada como possibilidade de aperfeiçoamento futuro, com vistas a aproximar a abordagem de um caso real e trazer maiores contribuições ao estudo de estabilidade.

O algoritmo apresentado nesta monografia pode ainda ser adaptado para a construção de áreas de atração de outros sistemas, em especial geradores eólicos do tipo gaiola de esquilo. Sendo assim, para além das possibilidades já apresentadas, a importância deste trabalho dá-se não somente na demonstração de princípios de estabilidade em máquinas síncronas, como também na aplicação em outros trabalhos e análises futuras que envolvam estudo a respeito de estabilidade transitória em máquinas elétricas.

REFERÊNCIAS

- AGRAWAL, B. et al. Damping representation for power system stability studies. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE-INST ELECTRICAL ELECTRONICS ENGINEERS INC 345 E 47TH ST, NEW YORK, NY , v. 14, n. 1, p. 151–157, 1999.
- ALBERTO, L. F. C.; CHIANG, H.-D. Characterization of stability region for general autonomous nonlinear dynamical systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, IEEE, v. 57, n. 6, p. 1564–1569, 2011.
- ATHAY, T.; PODMORE, R.; VIRMANI, S. A practical method for the direct analysis of transient stability. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, IEEE, n. 2, p. 573–584, 1979.
- ATHAY, T. et al. Transient energy stability analysis. In: **Proc. Conf. on System Engineering for Power: Emergency Operating State Control-Sec. IV**. Davos, Switzerland: [s.n.], 1979.
- BRETAS, N. G.; ALBERTO, L. F. C. **Estabilidade transitória em sistema eletroenergéticos**. São Carlos: EESC/USP, 2000.
- CARNAHAN, B.; LUTHER, H. A. **Applied numerical methods**. [S.l.], 1969.
- CHIANG, H.-D.; THORP, J. S. The closest unstable equilibrium point method for power system dynamic security assessment. **IEEE Transactions on Circuits and Systems**, IEEE, v. 36, n. 9, p. 1187–1200, 1989.
- CHIANG, H.-D.; WU, F.; VARAIYA, P. Foundations of direct methods for power system transient stability analysis. **IEEE Transactions on Circuits and systems**, IEEE, v. 34, n. 2, p. 160–173, 1987.
- _____. Foundations of direct methods for power system transient stability analysis. **IEEE Transactions on Circuits and systems**, IEEE, v. 34, n. 2, p. 160–173, 1987.
- CHIANG, H.-D.; WU, F. F.; VARAIYA, P. P. A bcu method for direct analysis of power system transient stability. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 9, n. 3, p. 1194–1208, 1994.
- DANDENO, P. et al. Ieee guide for synchronous generator modeling practices and applications in power system stability analyses. **IEEE Std. 1110–2002**, p. 1–72, 2003.
- FOUAD, A.; ANDERSON, P. Power system control and stability. **IEEE Series on Power Engineering**, 2003.
- GEAR, C. W. **Numerical initial value problems in ordinary differential equations**. [S.l.]: Prentice Hall PTR, 1971.
- GLESS, G. Direct method of liapunov applied to transient power system stability. **IEEE Transactions on Power Apparatus and systems**, IEEE, n. 2, p. 159–168, 1966.
- KAKIMOTO, N. Transient stability regions for multi-machine power systems. **IEEE Trans. on PAS**, 1966.

KAKMOTO, N.; OHSAWA, Y.; HAYASHI, M. Transient stability analysis of electric power system via lure-type lyapunov function, parts i and ii. **Trans. IEE Japan**, IEEE, v. 98, p. 62–71, 72–79,, 1978.

KIMBARK, E. W. **Power system stability**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1995. v. 1.

KUNDUR, P.; BALU, N. J.; LAUBY, M. G. **Power system stability and control**. New York: McGraw-Hill, 1994. v. 7.

_____. **Power system stability and control**. New York: McGraw-Hill, 1994. v. 7. 174-179 p.

KUNDUR, P. et al. Definition and classification of power system stability. **IEEE transactions on Power Systems**, IEEE, v. 19, n. 2, p. 1387–1401, 2004.

LLAMAS, A. et al. Clarifications of the bcu method for transient stability analysis. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 10, n. 1, p. 210–219, 1995.

NASSAB, M. N. Power system control and stability evaluation using a separation surface technique. 2002.

PADIYAR, K. R. **Power System Dynamics: Stability and Control**. 2. ed. [S.l.]: BS Publications, 2008.

PAI, M.; SAUER, P. W. Stability analysis of power systems by lyapunov's direct method. **IEEE Control Systems Magazine**, IEEE, v. 9, n. 1, p. 23–27, 1989.

PESENTE, J. R. Ferramenta para ordenação de perturbações por severidade sob a ótica da estabilidade transitória baseada na margem de estabilidade de lyapunov. Itaipu Binacional, 2018.

RALSTON, A.; WILF, H. S. **Mathematical methods for digital computers**. [S.l.], 1960.

RAMOS, R. A.; ALBERTO, L. F. C.; BRETAS, N. G. **Modelagem de máquinas síncronas aplicada ao estudo de estabilidade de sistemas elétricos de potência**. [S.l.]: EESC/SEL, 2000.

SASAKI, H. An approximate incorporation of field flux delay into transient stability analysis of multimachine power systems by the second method of lyapunov. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, IEEE, n. 2, p. 473–483, 1979.

SHAMPINE, L. F.; REICHEL, M. W. The matlab ode suite. **SIAM journal on scientific computing**, SIAM, v. 18, n. 1, p. 1–22, 1997.

APÊNDICE A – PSEUDOCÓDIGO PARA OBTENÇÃO DA ÁREA DE ATRAÇÃO

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Parâmetros %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

H          - constante de inércia da máquina [s]
M          - constante de inércia da máquina [s^2]
fo         - frequência da máquina [s^-1]
Xe         - reatância equivalente do transformador [p.u.]
Xdl        - reatância transitória do gerador [p.u.]
Xl         - reatância nas linhas [p.u.]
D          - coeficiente sintético de amortecimento
pe         - potência elétrica máxima [p.u.]
pm         - potência ativa na rede [p.u.]
Vb         - tensão na barra 5 [p.u.]
tf         - instante em que ocorre a falta
tpos      - instante em que a falta é eliminada

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Variáveis %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Vt       - tensão no terminal do gerador [p.u.]
% Eg       - tensão interna do gerador [p.u.]
% Eg       - tensão interna do gerador [p.u.]

% Xpre     - reatância equivalente pré falta [p.u.]
% Xf       - reatância equivalente em falta [p.u.]
% Xpos     - reatância equivalente pós falta [p.u.]

% matriz[][] - matriz para construção da área de atração
% theta_pre - ponto de equilíbrio pré falta
% theta_pos - ponto de equilíbrio pós falta
% x1o e x2o - variáveis de estado da condição inicial
% X[2][]    - vetores de estado que recebem a solução numérica do sistema
% timespan - tempo de integração das simulações de condição pré falta e
em falta

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Simulação pré falta
delta = arcsen(pm*módulo(Xpre-Xdl)/(Vt*Vb)); % Ângulo da barra 1 com
relação à barra 5

I=(Vt*exponencial(i*delta) - Vb)/(Xpre-Xdl); % Corrente no terminal
do gerador

Eg = Vt*exponencial(i*delta) + Xdl*I;

pe1 = módulo(Eg)*Vb/módulo(Xpre); % Potência elétrica
máxima pré falta

theta_pre = arcsen(pm/pe1); % Ponto de equilíbrio
pré falta

timespan=[0 tf];
x1o=delta;
```

```

x2o=0;
Xo=[x1o x2o];
X[2][] = solução_numérica(timespan,Xo,M,D,pm,pe1);

% Simulação em falta
pe2 = módulo(Eg)*Vb/módulo(Xf); % Potência elétrica
                                máxima em falta
final = tamanho(X[1][]);
timespan=[0 tpos-tf];
x1o=X[1][final];
x2o=X[2][final];
Xo=[x1o x2o];
X = solução_numérica(timespan,Xo,M,D,pm,pe1);

% Simulação pós falta
pe3 = módulo(Eg)*Vb/módulo(Xpos); % Potência elétrica
                                máxima pós falta
theta.pos = arcsen(pm/pe3); % Ponto de equilíbrio
                                pós falta

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Construção da área de atração %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% tspan      - intervalo de tempo total da simulação
% rm        - raio da bola menor
% rM        - raio da bola maior

x1min; % ângulo
x1max;
x2min; % frequência
x2max;

% Ponto de equilíbrio
xs=[theta_pos 0]

% Abrangência de condições iniciais

num; % Número de pontos do grid
timestep; % Tempo de integração

% Loops de solução das Equações
para k=1;k<=num+1{

x1o=x1min+(k-1)/num*(x1max-x1min);

    para j=1;j<=num+1{

x2o=x2min+(j-1)/num*(x2max-x2min);

        %Condição inicial
        Xo=[x1o x2o];

```

```

tinicial=0; % Definição do instante inicial
            do loop
tfinal=tinicial+timestep; % Definição do instante final do
                           loop

fim=0; %Indicação do status da
       simulação

enquanto (tfinal<tspan) E (fim==0){
timespan=[tinicial tfinal];
X= solução_numérica (timespan, Xo, M, D, pm, pe3);

    final = tamanho(X[1][]);
    Xfinal=X[][final];
    Xinicial=X[][1];
    distancia=Xfinal-xs;

    se (módulo(distancia)<rm) {
        fim=1;
        % Caso a condição inicial pertença à área,
        % será marcada como 1
        matriz[k][j]=1;
    senão{
        se (módulo(distancia)>rM) {
            fim=1;
            % Caso a condição não pertença à área,
            % será marcada como -1
            Matriz[k][j]=-1;

        senão{

            tinicial=tfinal;
            tfinal=tfinal+timestep;
            Xo=[Xfinal[1] Xfinal[2]];

        }
    }

    se (tfinal>=tspan) && (fim==0) {
        % Caso a condição esteja na fronteira,
        % será marcada como 0
        matriz[k][j]=0;
    }
}
}

```